$\frac{1}{7p}$ の小数展開の循環節

学習院大学理学部数学科 内藤ひとみ

平成 25 年 1 月 31 日

目 次

1　目的

初めに、次のような例について考える。$\frac{1}{7}$ を小数展開すると、

$$\frac{1}{7} = 0.1428571428571\cdots$$

であり、循環節は [142857] となる。

この節を 2 分割し足し合わせると、$[142] + [857] = [999]$ となる。

このように、一般に素数 p について分数 $\frac{1}{p}$ を小数展開し、循環節の長さが偶数のとき（$u = 2m$)、循環節の 2 分割和は 9 が並ぶことがわかっている。

ここでは、$\frac{1}{7p}$ の小数展開に注目し、2 分割和や 2 分割差について研究を深めていくことを目的とする。

2　方法

2.1　$\frac{1}{7p}$ の分割和の場合分け

はじめに、分数の小数展開の循環節の 2 分割和を出すプログラミングを使って $\frac{1}{7p}$ の小数展開の循環節と分割和を書き出して、ながめてみる。

```
/* 1/N の G 進数小数展開の循環節の 2 分割和を出力する */

p_list(N,G):-
j(1/N,G,X1),
reverse(X1,X),
even_list(X,Y1+Y2),
list_num(Y1,A,G),
list_num(Y2,B,G),
AB is A+B,
num_list(AB,Z,G),nl,
write(AB=A+B).


/* A/B の G 進数小数展開の循環節を出力する */

j(A/B,G,W):- A<B,!,
       j_aux([A/B,G],A,0,[],W).

j_aux([A/B,G],A,R,W,W):- R>0,!.
j_aux(Const,A0,R,L,W):- Const=[A/B,G],!,
A1 is A0*G,!,
```

```
res_q(A1=B*Q+R1),
write(Q),tab(1),
L1=[Q|L],
j_aux(Const,R1,R1,L1,W).


/* リストを2分割する */

even_list(W,V+V0):-
length(W,K),
write(u=K),
put(9),!,
K=:=(K//2*2),
K1 is K//2,
left(W=V+V0,K1).


/* 数字をリストにする */

num_list(N,L,G):- N<G,L=[N].
num_list(N,L,G):- N1 is N//G,
M is N mod G,
num_list(N1,L1,G),
append0(L=L1+[M]).
```

分割和（表 1）を観察すると次のような 3 つのパターンがあることがわかる。
⊠ 9 がならぶ。
⊠ 142857 の回転がならぶ。
⊠それ以外の数字がならぶ。

分母が $7p$ の場合分け

$$g^u = g^{2m} \equiv 1 \bmod 7p,\ g^m \equiv 1 \bmod 7p,$$

が成り立つ。7 と p は互いに素なので、次の連立合同式ができる。

$$g^{2m} \equiv 1 \bmod p,\ g^{2m} \equiv 1 \bmod 7.$$

7 と p は素数なので、これより

$$g^m \equiv \pm 1 \bmod p,\ g^m \equiv \pm 1 \bmod 7.$$

そこで次のように mod p で場合分けする。
（1）A 型：$g^m \equiv 1 \bmod p$
（2）B 型：$g^m \equiv -1 \bmod p$

さらに B 型を mod 7 で場合分けする。
（a）B_+ 型：$g^m \equiv 1 \bmod 7$
（b）B_- 型：$g^m \equiv -1 \bmod 7$

表 1 の結果より、
A 型が⊠、B_+ 型が⊠、B_- 型が⊠、と対応している。

ここから、A 型、B_+ 型の研究を深めていく。

表 1: $\frac{1}{7p}$ の循環節の 2 分割和

分母の因数	2 分割和	長さ	場合分け
[3,7]	[6,6,6]	3	B-
[7,7]	[9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9]	21	B-
[7,11]	[9,9,9]	3	B-
[7,13]	[9,9,9]	3	B-
[7,17]	[4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1]	24	B+
[7,19]	[9,9,9,9,9,9,9,9,9]	9	B-
[7,23]	[9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9]	33	B-
[7,29]	[2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,,,]	42	B+
[7,31]	[5,8,0,6,4,5,1,6,1,2,9,0,3,2,2]	15	A
[7,37]	[8,6,4]	3	A
[7,41]	[2,9,2,6,8,2,9,2,6,8,2,9,2,6,8]	15	A
[7,43]	[7,2,0,9,3,0,2,3,2,5,5,8,1,3,9,5,3,4,8,8,3]	21	A
[7,47]	[9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,,,,]	69	B-
[7,53]	[4,3,3,9,6,2,2,6,4,1,5,0,9,4,3,3,9,6,2,2,6,4,1,5,0,9,4,3,3,9,6,2,,,]	39	A
[7,59]	[9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,,,]	87	B-
[7,61]	[8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2]	30	B+
[7,67]	[4,3,2,8,3,5,8,2,0,8,9,5,5,2,2,3,8,8,0,5,9,7,0,1,4,9,2,5,3,7,3,1,3]	33	A
[7,71]	[7,1,8,3,0,9,8,5,9,1,5,4,9,2,9,5,7,7,4,6,4,7,8,8,7,3,2,3,9,4,3,6,,,]	105	A
[7,73]	[4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1]	12	B+
[7,79]	[8,6,0,7,5,9,4,9,3,6,7,0,8,8,6,0,7,5,9,4,9,3,6,7,0,8,8,6,0,7,5,9,4,9,3,6,7,0,8]	39	A
[7,83]	[2,8,9,1,5,6,6,2,6,5,0,6,0,2,4,0,9,6,3,8,5,5,4,2,1,6,8,6,7,4,6,9,8,7,9,5,1,8,,,]	123	A
[7,89]	[8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,,,]	66	B+
[7,97]	[7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,,,]	48	B+
[7,101]	[4,2,8,5,7,1]	6	B+
[7,103]	[9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,,,]	51	B-
[7,107]	[8,5,9,8,1,3,0,8,4,1,1,2,1,4,9,5,3,2,7,1,0,2,8,0,3,7,3,8,3,1,7,7,5,7,0,0,9,3,,,]	109	A
[7,109]	[5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,,,]	54	B+
[7,113]	[2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,,,]	168	B+
[7,127]	[9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9]	21	B-
[7,131]	[9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,,,]	195	B-
[7,137]	[5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8]	12	B+
[7,139]	[9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,9,,,]	69	B-

2.2　A 型の 2 分割和

表 2: A 型の場合

分母の因数	2 分割和	長さ	回数
[7,31]	[5,8,0,6,4,5,1,6,1,2,9,0,3,2,2]	15	1
[7,37]	[8,6,4]	3	1
[7,41]	[2,9,2,6,8,2,9,2,6,8,2,9,2,6,8]	15	3
[7,43]	[7,2,0,9,3,0,2,3,2,5,5,8,1,3,9,5,3,4,8,8,3]	21	1
[7,53]	[4,3,3,9,6,2,2,6,4,1,5,0,9,4,3,3,9,6,2,2,6,4,1,5,0,9,4,3,3,9,6,2,2,6,4,1,5,0,9]	39	3
[7,67]	[4,3,2,8,3,5,8,2,0,8,9,5,5,2,2,3,8,8,0,5,9,7,0,1,4,9,2,5,3,7,3,1,3]	33	1
[7,71]	[7,1,8,3,0,9,8,5,9,1,5,4,9,2,9,5,7,7,4,6,4,7,8,8,7,3,2,3,9,4,3,6,6,1,9,7,1,8,,,]	105	3
[7,79]	[8,6,0,7,5,9,4,9,3,6,7,0,8,8,6,0,7,5,9,4,9,3,6,7,0,8,8,6,0,7,5,9,4,9,3,6,7,0,8]	39	3
[7,83]	[2,8,9,1,5,6,6,2,6,5,0,6,0,2,4,0,9,6,3,8,5,5,4,2,1,6,8,6,7,4,6,9,8,7,9,5,1,8,,,]	123	3
[7,107]	[8,5,9,8,1,3,0,8,4,1,1,2,1,4,9,5,3,2,7,1,0,2,8,0,3,7,3,8,3,1,7,7,5,7,0,0,9,3,,,]	159	3

表 1 から A 型の場合のみをかきだすと上のようになる。

定理

$\frac{1}{7p}$ の A 型の 2 分割和は、$\frac{k}{p}$ の循環節が並ぶ。

証明

$g^m \equiv 1 \bmod p,\ g^m \equiv -1 \bmod 7$ のとき

$r_j + r_{j+m} \equiv ag^j + ag^{j+m} \bmod 7 \equiv ag^j + ag^j g^m \equiv ag^j + ag^j(-1) \equiv 0 \bmod 7.$

より $r_j + r_{j+m} = 7k_j$ とかける。

$j = 0$ のとき $r_m + r_0 = 7k_0$

$j = m$ のとき $r_{2m} + r_m = 7k_m$

周期 $u = 2m$ より、上の式は $r_0 + r_m = 7k_m$ となる。

よって、 $k_0 = k_m$ となる。

$$
\begin{array}{ccc}
gr_j & = & 7pq_{j+1} + r_{j+1} \\
+)\ gr_{j+m} & = & 7pqj + m + 1 + r_{j+m+1} \\
\hline
g(r_j + r_{j+m}) & = & 7p(q_{j+1} + q_{j+m+1}) + r_{j+1} + rj + m + 1 \\
g \cdot 7k_j & = & 7p(q_{j+1} + q_{j+m+1}) + 7k_{j+1}
\end{array}
$$

$q_{j+1}+q_{j+m+1}=Q_{j+1}$ とおくと、式は

$$gk_j=pQ_{j+1}+k_{j+1}$$

となる。

$$j=1\text{ のとき }gk_0=pQ_1+k_1$$
$$j=2\text{ のとき }gk_1=pQ_2+k_2$$
$$\vdots$$
$$j=m-1\text{ のとき }gk_{m-1}=pQ_m+k_m$$

それぞれ、g^{m-1}、g^{m-2}、$\cdots$ 、g^0 をかけて、辺どうしを加えると

$$\begin{array}{rrcc}
 & g^m k_0 & = & pg^{m-1}Q_1+g^{m-1}k_1 \\
 & g^{m-1}k_1 & = & pg^{m-2}Q_2+g^{m-2}k_2 \\
 & & \vdots & \\
+) & gk_{m-1} & = & pQ_m+k_m \\ \hline
 & g^m k_0 & = & p(g^{m-1}Q_1+g^{m-2}Q_2+\cdots+Q_m)+k_m
\end{array}$$

$g^{m-1}Q_1+g^{m-2}Q_2+\cdots+Q_m$ （2 分割和）を Z とおくと、式は

$$g^m k_0=pZ+k_m$$

$$pZ=g^m k_0-k_m=g^m k_0-g^m k_0=k_0(g^m-1)$$

となり、2 分割和は

$$Z=\frac{10^m-1}{p}k_0$$

となる。

これより、$\frac{1}{7p}$ の A 型の 2 分割和には、$\frac{k_0}{p}$ の循環節が並ぶことがわかった。

2.3 A 型の 2 分割差

表 3: A 型の場合

分母の因数	2 分割差	長さ	回数
[7,31]	[5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,**5,7,2**]	15	2.**5**
[7,37]	[8,5,8]	3	0.5
[7,41]	[2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,6]	15	2.5
[7,43]	[7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,5]	21	3.5
[7,53]	[4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,9]	39	6.5
[7,67]	[4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,9]	33	5.5
[7,71]	[7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,,,]	105	6.5
[7,79]	[8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,8]	39	5.5
[7,83]	[2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,,,]	123	20.5
[7,107]	[8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,7,1,4,2,8,5,,,]	159	26.5

A 型の 2 分割差をかきだすと上のようになる。

定理

$\frac{1}{7p}$ の A 型の 2 分割差は $\frac{k}{7}$ の循環節が並び、最後はそれの**半分** +1 で終わる。

証明

$g^m \equiv 1 \bmod\ p,\ g^m \equiv -1 \bmod\ 7$ のとき

$r_j - r_{j+m} \equiv ag^j - ag^j g^m \equiv 0 \bmod\ p$ より

$r_j - r_{j+m} = pk_j$ とかける。

$j = 0$ のとき $r_0 - r_m = pk_0$

$j = m$ のとき $r_m - r_{2m} = pk_m$

周期 $u = 2m$ より、上の式は $r_m + r_0 = pk_m$ となる。

よって、$k_0 = -k_m$ となる。

$$
\begin{array}{rccc}
 & gr_j & = & 7pq_{j+1} + r_{j+1} \\
+) & gr_{j+m} & = & 7pqj + m + 1 + r_{j+m+1} \\
\hline
 & g(r_j + r_{j+m}) & = & 7p(q_{j+1} + q_{j+m+1}) + r_{j+1} + rj + m + 1 \\
 & g \cdot pk_j & = & 7p(q_{j+1} + q_{j+m+1}) + pk_{j+1}
\end{array}
$$

$q_{j+1}+q_{j+m+1}=S_{j+1}$ とおくと、式は

$$gk_j=7S_{j+1}+k_{j+1}$$

となる。

$$j=1 \text{ のとき } gk_0=7S_1+k_1$$
$$j=2 \text{ のとき } gk_1=7S_2+k_2$$
$$\vdots$$
$$j=m-1 \text{ のとき } gk_{m-1}=7S_m+k_m$$

それぞれ、g^{m-1}、g^{m-2}、$\cdots$、g^0 をかけて、加えると

$$\begin{array}{rrcc}
 & g^m k_0 & = & 7g^{m-1}S_1+g^{m-1}k_1 \\
 & g^{m-1}k_1 & = & 7g^{m-2}S_2+g^{m-2}k_2 \\
 & & \vdots & \\
+) & gk_{m-1} & = & 7S_m+k_m \\
\hline
 & g^m k_0 & = & 7(g^{m-1}S_1+g^{m-2}S_2+\cdots+S_m)+k_m
\end{array}$$

$g^{m-1}S_1+g^{m-2}S_2+\cdots+S_m$ （2 分割和）を Y とおくと、式は

$$g^m k_0=7Y+k_m$$

$$7Y=g^m k_0-k_m=g^m k_0+g^m k_0=k_0(g^m+1)$$

となり、2 分割差は

$$Y=\frac{10^m+1}{7}k_0$$

となる。

これより、$\frac{1}{7p}$ の A 型の 2 分割差には、$\frac{k_0}{7}$ の循環節が並ぶことがわかった。

また、2 分割和 Z を y_1、y_2 の 2 つに分けて変形すると、

$$\begin{aligned}
\frac{g^{2m}-1}{p} &= g^m y_1 + y_2 \\
\frac{g^{2m}-1}{p} &= (g^m-1)y_1 + y_1 + y_2 \\
(g^m+1)(g^m-1) &= p(g^m-1)y_1 + p(y_1+y_2) \\
(g^m-1)(g^m+1-py_1) &= p(y_1+y_2) \\
g^m+1-py_1 &= \frac{p(y_1+y_2)}{g^m-1} \\
\frac{g^m+1}{p} &= \frac{y_1+y_2}{g^m-1} + y_1 \\
\frac{g^m+1}{p} &= 1 + y_1
\end{aligned}$$

（$y_1 + y_2 = g^m - 1$ より）
となり、2 分割差には $\frac{k_0}{7}$ の循環節が並び、最後はそれの半分＋ 1 で終わることがわかった。

2.4　B_+ 型の $\frac{a}{7p}$ の 2 分割和

$g^m \equiv 1 \bmod 7$, $g^m \equiv -1 \bmod p$
$10^m \equiv 1 \bmod 7$ より $m = 6L$。これを右の式に代入すると、

$$\begin{aligned} 10^m &\equiv -1 \bmod p \\ 10^{6L} &\equiv -1 \bmod p \\ 10^{6L} - 1 &\equiv 0 \bmod p \\ 10^{6L} - 1 &= pM \end{aligned}$$

となる。（M は整数）

p は素数なので、ここでプログラミング factorize を用いて、10^6+1, $10^{12}+1$, $10^{18}+1\cdots$（$L = 1,2,3\cdots$）を素因数分解したものを考え、$B+$ 型になる分母 p をさがす。

```
/* Pを素因数分解する */

factorize(P,[P]):-factor(P/P1),P==P1,!.
factorize(P,List):-factor(P/I),
P1 is P//I,
List=[I|List1],
factorize(P1,List1),!.

factor(P/2):-Q is P//2,
P =:= 2*Q,!.
factor(P/I):-P1 is floor(sqrt(P)),
for(1 =<P1,J),
J1 is 2*J+1,
Q is P//J1,
P =:= J1*Q,
I= J1,!.
factor(P/P).
```

たとえば、$10^6+1,\ 10^{12}+1,\ 10^{18}+1,\ 10^24+1$ について素因数分解すると、

```
1 ?- factorize(10^6+1,X).
X = [101, 9901].

2 ?- factorize(10^(12)+1,X).
X = [73, 137, 99990001].

3 ?- factorize(10^(18)+1,X).
X = [101, 9901, 999999000001].

4 ?- factorize(10^(24)+1,X).
X = [17, 5882353, 9999999900000001].
```

となり、$17, 73, 101, 137, \cdots$ などは B_+ 型の p となる。

このようにして導いた B_+ 型となる p について、$\frac{a}{7p}$ の循環節の 2 分割和をかきだす。ここで、分子が 1 だけでなく整数 a を入れて出力できるように、プログラムを編集する。

```
/*  a/7p の循環節の 2 分割和 */

pa_list(AA,N,G):-!,
gcd(D=(AA,N)),
D==1,
j(AA/N,G,X1),
reverse(X1,X),
even_list(X,Y1+Y2),
list_num(Y1,A,G),
list_num(Y2,B,G),
AB is A+B,
num_list(AB,Z,G),nl,
write(Z).
pa_list(A,N,G):-!.
```

表 4: $p = 17$ のとき

分数 X	X の循環節の 2 分割和	第 2 列を循環節にもつ分数 Y
1/7*17	[428571]	**3**/7
2/7*17	[857142]	**6**/7
3/7*17	[285714]	**2**/7
4/7*17	[714285]	**5**/7
5/7*17	[142857]	**1**/7
6/7*17	[571428]	**4**/7
8/7*17	[428571]	3/7
9/7*17	[857142]	6/7
10/7*17	[285714]	2/7
11/7*17	[714285]	5/7
12/7*17	[142857]	1/7
13/7*17	[571428]	4/7
14/7*17	[428571]	3/7
15/7*17	[857142]	6/7
16/7*17	[285714]	2/7
17/7*17	[714285]	5/7
⋮	⋮	⋮

$p = 17$ のとき、$\frac{a}{7p}$ の循環節の 2 分割和をかきだすと上のようになる。2 分割和は、すべて $\frac{k}{7}$ の循環節になっている。(これは A 型のときと同様に証明できる。) さらに、k も $k = 3, 6, 2, 5, 1, 4, 3, 6, 2, 5, 1, 4, 3 \cdots$ と、周期 6 で循環している。

調べてみると、p を変えてみても 2 分割和のもとの循環小数 $\frac{k}{7}$ が循環していることがわかった。そこで、サイクルが起こっている、分子が $a = 1$〜6 のときについて、p を変えて k について考えてみる。

表 5: $\frac{a}{7p}$ の循環節の 2 分割和を循環節にもつ分数 $\frac{k}{7}$ の分母 k

分子 a ＼ p	$p=17$	$p=29$	$p=61$	$p=73$	$p=89$	$p=97$
1	**3**	2	6	3	6	5
2	**6**	4	5	6	5	3
3	**2**	6	4	2	4	1
4	**5**	1	3	5	3	6
5	**1**	3	2	1	2	4
6	**4**	5	1	4	1	2

これより、分母が $a=j$ のときの k を k_j とおくと、

$$k_1+k_6=7$$

$$k_2+k_5=7$$

$$k_3+k_4=7$$

となっていることがわかった。

定理

一般的にかくと、B_+ 型の $\frac{a}{7p}$ の 2 分割和は、$\frac{k}{7}$ の循環節になっている。
さらにその k も周期 6 で循環していて、

$$k_j+k_{j'}=7$$

$j=a,\ j=7-a$ として j,j' に **相補性** があるといえる。

3　結果

3.1　A 型の 2 分割和

2 分割和は $Z = \dfrac{10^m - 1}{p} k_0$ となる。
これより、$\frac{1}{7p}$ の A 型の 2 分割和には、$\frac{k_0}{p}$ の循環節が並ぶことがわかった。

3.2　A 型の 2 分割差

2 分割差は $Y = \dfrac{10^m + 1}{7} k_0$ となる。
これより、$\frac{1}{7p}$ の A 型の 2 分割差には、$\frac{k_0}{7}$ の循環節が並ぶことがわかった
また、2 分割差には $\frac{k_0}{7}$ の循環節が並び、最後はそれの半分 $+1$ で終わる。

3.3　B_+ 型の $\frac{a}{7p}$ の 2 分割和

2 分割和は、$\frac{k}{7}$ の循環節になっている。さらにその k も周期 6 で循環していて、
$k_j + k_{j'} = 7 \quad (j = a,\, j = 7 - a)$ として j, j' に相補性があるといえる。

4　今後の課題

B_+ 型の $\frac{a}{7p}$ の 2 分割和の相補性を見つけられたが、証明までできなかったので、今後の課題としたい。また、B 型の 2 分割差の研究も、時間があれば扱ってみたい。

5　感想

グループで分数 $\frac{1}{p}$ の小数展開、その循環節の 2 分割和の考察をし、その続きとして $\frac{1}{7p}$ の小数展開の 2 分割和を研究することができて楽しかった。はじめはプログラムの使い方すらわからなかったが、研究していく中で、プログラミングや表を使っていくことを覚え、自分の探したいものに近づいていく感覚がありとても達成感があった。ひとつの規則をみつけたり、それを証明できたときはとても感動した。

このゼミで、数学の奥深さや、研究の難しさと楽しさを学ぶことができました。飯高先生、本当にお世話になりました。1 年間ありがとうございました。