

1 はじめに

数学をしているとき、新しい発見をすることほど面白く、心の底からこみ上げてくる喜びを感じることは他にない。本書は読者をしてそのような感動を味わえる道筋を示すことにある。

数学の問題を解くとき、新しい解法で解けたら友人にも先生にも自慢したくなるであろう。しかし、多分それは報われない。在来のやり方を超える解法を作ってもおそらくは歓迎されない。「君は変わったことが好きだね」と言われるのがオチである。

では、新しい定理を発見しその証明を工夫するのはどうだろうか。自分で新しい数学上の概念を考えだしそれをもとにパソコンを使っていろいろ実験し定理らしいモノがみつかったとする。それを様々な工夫の末、証明ができて自分の定理を作れたとしよう。すると自分で自分を褒め、何事にも替えがたい幸福感で包まれるであろう。

私は私学の理学部の教授時代に、数学者になる気はないが数学の好きな多くの学生に「数学研究の真の喜び」を理解させたいと願った。「自分で新しい定理を発見し証明をつけたら面白いよ」と言うと、「自分ではピタゴラスの定理みたいなのはできそうもないです」などと言っている。

学生と話し合いながら学生の数学的な思考に沿って問題を整理してやると意外にも面白い結果がでてくるのであった。

かくして 20 冊以上の卒業研究論文集ができた。その一部は私のホームページにそのまま載せられている。

さて、2013 年 3 月末には定年退職になり職場を失い、学生と数学の研究をすることは難しくなった。このようになることはあらかじめ分かっていたのでそれなりの手は打った。自分のホームページで

「2013 年 3 月末日に定年になるので時間ができます。今後、数学および数学教育で助言や講演そのほかなんでもするつもりです。無報酬でかまいません」

という意味のことを 2013 年を迎える前に書いておいた。

神田にある書店グランデで「市民のための数学の講座をやってくれないか。」という相談が寄せられた。

私の専門である代数幾何でたとえば「飯高茂の代数幾何」という題でやってくればそれを本にして売り出せる、という理系の出版社からの考えも伝えられたのである。

専門的な数学を分かるように話すと基礎的な講義だけで 2 年にかかる。それを忍耐強く聞くことのできる人は多分いないだろう。

そこで予備知識は高校数学に限定し、数学の新しい研究を受講者と共にすることを目標に「高校生でも十分わかる数学の研究」というテーマで一般の市民を対象に連続講義をすることにした。1 年 12 回（隔週の講義を二か月して二か月休む）することにした。その前から行っていた雑誌『現代数学』に連載中の「数学の研究をはじめよう」を基軸にすれば何とかできるだろうと考えた。

2014 年 10 月に第 1 回が開かれ 約 30 人の受講者が集まった。最年少は当時小学 1 年の高橋君。高校の現役の先生や退職が近い方、すでに勤めが終えて悠々自適の人も数学の講義を聞きたいと集まった。

講義を数年継続した結果、雑誌連載と講義をもとに「数学の研究をはじめよう」という単行本のシリーズをはじめることになった。そして 5 年の歳月が流れ本書で 6 冊目がここ

に刊行されることとなった。

ところでシリーズ 6 冊目の本ですともし紹介されたら、前作を一応は読んでいないと分からないだろうと考えることになるに違いない。その結果、巻を追うごとに部数が減ることとなるだろう。

そこで著者のとった方針は既刊の 5 冊を読んでいない人を対象に書くことであった。既刊書と定義や基本結果が重なってもよいことにし、本書だけで内容が理解できるように努めた。

本講義の目的は市民が数学の研究を行い、新しい発見をして鋭い喜びを味わうことにあるので講義は 90 分、残り 30 分は受講者の研究発表の場となった。

講義の進行に最も貢献したのは小学生であった。彼は小学 1 年でありながら大人を対象とした講義に抵抗なく出席しノートを取った。またよく手を挙げて質問した。大人の人にはわからなくても質問することは遠慮してしまう。その点小学生は、質問することに何ら躊躇がないのである。彼のする質問で講義内容が理解できて救われた大人も多かったことだろう。



図 1: 第 2 章 宇宙完全数のシンボルキャラクター, (Jun Iitaka)

1.1 各章の概要

第 1 章 素数から始める数学研究

素数のことならよく知っている方は適当にとばして読むスキップ読みをすすめる。

ここでは素数バンクという素数を構成して素数の銀行にそれを預けて、素数を貯めることを競うゲームが紹介されているので数学クラブなどで遊んで素数を楽しんでほしい。

ここではスーパー双子素数が注目の的になるが、これは小学生参加者の研究が大きく貢献している。彼の論文は2編あり第5章に続けて紹介される。

第2章 完全数と宇宙完全数

完全数は数学愛好家、中学生、高校生、小学生にも人気のあるテーマである。2000年以上にわたって研究がなされているがオイラーの研究を除くと著しい結果は得られていない。一般の方が完全数の研究をしても実りある成果は期待できない。

ここでは完全数をもとにそれより数多の解のある完全数の超大型化を考えて宇宙完全数(space perfect numbers)を導入した。簡単な場合は ネットの数列大辞典の中で紹介されているが、研究の対象として目立つ存在とはいえない。

宇宙完全数の宣伝のためにはユルキャラを作るのも一案であるが、ここではイラスト作家に依頼して強烈なまでの存在感のあるイラストを書いてもらった。宇宙完全数にはB型、A型(アイリアン解)、およびマイナー解、メジャー解の3種類がある。これらが3個の口から吐き出されるのがイラストの趣旨である。

第3章 スーパー完全数とGA型

スーパー完全数はインドの数学者 Suryanaryana によって定義されたがここではその平行移動を考えることによって豊潤な数の広がりを見ることができる。

平行移動1のスーパー完全数には4個の典型例があり、その構成要素はフェルマー素数と超フェルマー素数である。この著しい結果は小学生(当時5年生)の梶田光の貢献によって得られた。

第4章 ウルトラ完全数とメルセンヌ完全数

ウルトラ完全数は小学生高橋君の創意に影響されてできた概念である。ここからウルトラオイラー完全数が生まれ、ウルトラ三つ子素数が出てくる。

面白いことに平行移動3のメルセンヌ完全数合流型の素因数分解がある種の怪獣を連想させる。

第5章 スーパー完全数とスーパー双子素数

飯高 茂と 高橋洋翔(池之上小学校)の共著

第16回代数曲線論シンポジウム報告集 於神奈川工科大学(2018/12/15) 所収

「スーパー双子素数とウルトラ三つ子素数」 高橋洋翔

「スーパー双子素数とウルトラ三つ子素数の分布の予想」 高橋洋翔

第6章 高校生の定義した桐山の完全数、その衝撃(雑誌『現代数学』)

第7章 フェルマ 完全数とは何か(雑誌『現代数学』)

第8章 参加者の研究を載せた。

1. 高橋君からのチャレンジ問題 解答案 浜田忠久
2. 3項式 $n\sigma(a) + m\varphi(a) - ka$ について 土屋 知人
3. 2変数完全数問題 高嶋 耕司
4. 新種のスーパーオイラー完全数について 宮本憲一
5. 平行移動 m のスーパー完全数で m が6の倍数のときについて 菊地能乃(広尾学園)



図 2: 第 4 章 合流型メルセンヌ完全数のシンボルキャラクター, (Jun Iitaka)

6. 双子素数予想とスーパー双子素数予想 および チャレンジ問題 梶田光 (あざみ野第一小学校)

2019 年 3 月に公開研究発表会を開いた. 数学研究のアマチュアたちが嬉々として自分の研究を発表した. これは数学の研究ではあまり類をみない快挙であるといえる.

小学生 梶田光 は読者にチャレンジ問題を提出. 解答ができたなら次のアドレスに mail して解答を添付してください. (著者のアドレス)

iitakashigeru1942@gmail.com

(著者のホームページ)

<http://iitakashigeru.math-academy.net>

本書の大いなる特色は, 二人の若い小学生, 高橋洋翔君と 1 年下の梶田光君が数学者として立派に貢献した様を見ることができることにある.

喜ばしいことに 2019 年 7 月に 2 人は孫正義育英財団の 3 期生に選ばれた. 本書を紐解けばこれが偶然ではなく必然であることに多くの人が同感できるであろう. 一方, 喜寿を迎えた数学者はただ消え去るべきと諦観するのがよいだろうか. わたくしは大いに抵抗運動を継続する覚悟である. 名誉教授になってからすべての時間は数学のためにある. 至福のときと言うべきでこれを諦める手はない.

2019 年 8 月 9 日

放送大学 東京多摩学習センター にて

飯高 茂