数学の研究をはじめよう
モンスター的 完全数
その3

飯高 茂

平成31年1月28日

目 次

1　底が一般の場合, モンスターの卵

一般に 自然数 α について 底が 素数 P　のとき $\sigma^2(\alpha)$ が α の倍数になる場合を考える. すなわち自然数 β があり, $\sigma^2(\alpha) = \alpha\beta$ となると仮定する.

さらに底が 素数 P　のとき α が P で割れないと仮定する. このような α を底が一般の場合のモンスターの卵という.

モンスターの卵をパソコンで探すと次々にみつかる.

各卵から モンスター的完全数が続々とでて来る.

表 1: $P = 3$, モンスターの卵

α	$factor$	$\alpha_1 = \sigma(\alpha)$	$factor$		$\alpha_2 = \sigma(\alpha_1)$	β
2	2	3	3	4	2^2	2
4	2^2	7	7	8	2^3	2
16	2^4	31	31	32	2^5	2
64	2^6	127	127	128	2^7	2
4096	2^{12}	8191	8191	8192	2^{13}	2
65536	2^{16}	131071	131071	131072	2^{17}	2
262144	2^{18}	524287	524287	524288	2^{19}	2
8	2^3	15	$3*5$	24	2^3*3	3
512	2^9	1023	$3*11*31$	1536	2^9*3	3
331520	$2^8*5*7*37$	932064	Y	2983680	Z	9
160	2^5*5	378	$2*3^3*7$	960	2^6*3*5	6
47360	2^8*5*37	116508	X	331520	$2^8*5*7*37$	7
343976	$2^3*19*31*73$	710400	2^8*3*5^2*37	2407832	W	7

$X = 2^2 * 3 * 7 * 19 * 73$
$Y = 2^5 * 3 * 7 * 19 * 73$
$Z = 2^8 * 3^2 * 5 * 7 * 37$
$W = 2^3 * 7 * 19 * 31 * 73$

2　Lemma

$\alpha = 2^e$ とすると $\alpha_1 = \sigma(2^e) = 2^{e+1} - 1$ になるがこのままでは $\alpha_1 = \sigma(\alpha)$ が計算できない. そこでもっとも簡単な仮定w p 考えて $p = 2^{e+1} - 1$ を素数とする (これはメルセンヌ素数).

すると, $\alpha_1 = \sigma(2^e) = p$ は素数なので, $\alpha_2 = \sigma(p) = p + 1 = 2^{e+1} = 2\alpha$.

かくして, $p = 2^{e+1} - 1$ を素数とすると $\alpha = 2^e$ は $\sigma^2(\alpha) = 2\alpha$.

P が奇数のとき $p = 2^{e+1} - 1$ が素数なら $\alpha = 2^e$ はモンスターの卵になる.

P が奇数のとき α をモンスターの卵とし $\sigma^2(\alpha) = \beta\alpha$ を満たすとする.

$a_e = \alpha 2^e$ とし, α は奇数と仮定する.$\alpha_1 = \sigma(\alpha)$ とおく.

$\sigma(a_e)=\sigma(\alpha)\sigma(2^e)=\alpha_1\sigma(2^e)$ になるが α_1 と $\sigma(2^e)$ は互いに素と仮定する.

$\sigma^2(a_e)=\sigma(\alpha_1)\sigma^2(2^e)$ になる.$p=2^{e+1}-1$ を素数とすると $\sigma^2(2^e)=2^{e+1}$, なお $\alpha_2=\sigma(\alpha_1)=\beta\alpha$ と仮定すると,

$$\sigma^2(a_e)=\sigma(\alpha_1)\sigma^2(2^e)=\beta\alpha 2 * 2^e=2\beta a_e.$$

表 2: $P = 5$, モンスターの卵

α	$factor$	$\alpha_1 = \sigma(\alpha)$	$factor$		$\alpha_2 = \sigma(\alpha_1)$	β
2	2	3	3	4	2^2	2
4	2^2	7	7	8	2^3	2
16	2^4	31	31	32	2^5	2
64	2^6	127	127	128	2^7	2
8	2^3	15	$3 * 5$	24	$2^3 * 3$	3
21	$3 * 7$	32	2^5	63	$3^2 * 7$	3
29127	$3 * 7 * 19 * 73$	47360	$2^8 * 5 * 37$	116508	$2^2 * 3 * 7 * 19 * 73$	4
1023	$3 * 11 * 31$	1536	$2^9 * 3$	4092	$2^2 * 3 * 11 * 31$	4
42	$2 * 3 * 7$	96	$2^5 * 3$	252	$2^2 * 3^2 * 7$	6
84	$2^2 * 3 * 7$	224	$2^5 * 7$	504	$2^3 * 3^2 * 7$	6
168	$2^3 * 3 * 7$	480	$2^5 * 3 * 5$	1512	$2^3 * 3^3 * 7$	9
336	$2^4 * 3 * 7$	992	$2^5 * 31$	2016	$2^5 * 3^2 * 7$	6
512	2^9	1023	$3 * 11 * 31$	1536	$2^9 * 3$	3
1344	$2^6 * 3 * 7$	4064	$2^5 * 127$	8064	$2^7 * 3^2 * 7$	6
1536	$2^9 * 3$	4092	$2^2 * 3 * 11 * 31$	10752	$2^9 * 3 * 7$	7
24	$2^3 * 3$	60	$2^2 * 3 * 5$	168	$2^3 * 3 * 7$	7
4092	$2^2 * 3 * 11 * 31$	10752	$2^9 * 3 * 7$	32736	$2^5 * 3 * 11 * 31$	8
4096	2^{12}	8191	8191	8192	2^{13}	2
16368	$2^4 * 3 * 11 * 31$	47616	$2^9 * 3 * 31$	130944	$2^7 * 3 * 11 * 31$	8
10752	$2^9 * 3 * 7$	32736	$2^5 * 3 * 11 * 31$	96768	$2^9 * 3^3 * 7$	9
13824	$2^9 * 3^3$	40920	$2^3 * 3 * 5 * 11 * 31$	138240	$2^{10} * 3^3 * 5$	10
504	$2^3 * 3^2 * 7$	1560	$2^3 * 3 * 5 * 13$	5040	$2^4 * 3^2 * 5 * 7$	10

3　底が一般の場合, モンスター的完全数の定義

$q=\sigma(P^e)+m=\dfrac{P^{e+1}-1}{\overline{P}}+m$ は素数と仮定し, $a_e=\alpha P^e$ とおく.

$\sigma(a_e)=\sigma(\alpha)\sigma(P^e)=\sigma(\alpha)(q-m)$, $\sigma(\alpha)$ は q で割れないと仮定しておく.

$\sigma(a_e)+\sigma(\alpha)m=\sigma(\alpha)q$ となるので, $A=\sigma(a_e)+\sigma(\alpha)m$ とおきこれを a_e のパートナーという.

$A=\sigma(\alpha)q$ になる. そこで $\sigma(\alpha),q$ は互いに素と仮定する.

$\sigma(A)=\sigma^2(\alpha)(q+1)=\alpha\beta(q+1)$ になりこれに $\overline{P}$ を掛けると

$$\overline{P}\sigma(A)=\alpha\beta(\overline{P}q+\overline{P}).$$

$\overline{P}q+\overline{P}=P^{e+1}+P-2+\overline{P}m$ によって,

$$\overline{P}\sigma(A)=\alpha\beta(P^{e+1}+P-2+\overline{P}m)=P\beta a_e+\alpha\beta(P-2+\overline{P}m).$$

そこで一般にし $A=\sigma(a)+\sigma(\alpha)m$ とおき $\overline{P}\sigma(A)=P\beta a+\alpha\beta(P-2+\overline{P}m)$ と組にして a,A の満たす連立方程式とみなしこの解を底が P の場合, 平行移動 m のモンスター的完全数という.

4 $P=3,\alpha=4,\beta=2$ モンスター的完全数

$A=\sigma(a)+\sigma(\alpha)m, \overline{P}\sigma(A)=P\beta a+\alpha\beta(P-2+\overline{P}m)$

$P=3,\alpha=4,\beta=2$ モンスター的完全数をパソコンで計算したところ $m=-8$ はきれいな解が出てきた.

$P=3,\alpha=4,\beta=2$ モンスター的完全数の定義方程式は $A=\sigma(a)+7m, 2\sigma(A)=3\beta a+\alpha\beta(1+2m)$.

$m=-8$ のとき $A=\sigma(a)-56, 2\sigma(A)=3\beta a-4*15$.

よって, $\sigma(A)=3a-60$.

最初に $a=4p, A=14q, (p,q)$: 素数となる解を調べる,

$A=\sigma(a)-56=7(p+1-8)=14q$ により, $p-7=2q$. $p, p=2q+7$ はスーパー双子素数.

逆に $p, p=2q+7$ がスーパー双子素数で $A=14q$ なら, $\sigma(A)=24(q+1)$.

さて目的は $\sigma(A)=3a-30$ を証明して,$a=4p$ が $P=3,\alpha=4,\beta=2$ モンスター的完全数になることを検証することである.

$3a-60=3(a-20)$, $a-20=4p-20=4(p-5)=4(2q+2)=8q+8$. よって, $\sigma(A)=3a-30=24(q+1)$.

表 3: $P=3, \alpha=4, \beta=2$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
a		A	
$m=-9$			
108	2^2*3^3	217	$7*31$
8748	2^2*3^7	22897	$7*3271$
716	2^2*179	1197	3^2*7*19
7916	2^2*1979	13797	3^3*7*73
1196	$2^2*13*23$	2289	$3*7*109$
$m=-8$			
362	$2*181$	490	$2*5*7^2$
398	$2*199$	544	2^5*17
36	2^2*3^2	35	$5*7$
324	2^2*3^4	791	$7*113$
	2^2*p	$p=2q+7$	$14*q(p=2q+7)$
52	2^2*13	42	$2*7*3$
68	2^2*17	70	$2*7*5$
116	2^2*29	154	$2*7*11$
164	2^2*41	238	$2*7*17$
212	2^2*53	322	$2*7*23$
356	2^2*89	574	$2*7*41$
404	2^2*101	658	$2*7*47$
452	2^2*113	742	$2*7*53$
596	2^2*149	994	$2*7*71$
692	2^2*173	1162	$2*7*83$
932	2^2*233	1582	$2*7*113$
1076	2^2*269	1834	$2*7*131$
1124	2^2*281	1918	$2*7*137$
1412	2^2*353	2422	$2*7*173$
1556	2^2*389	2674	$2*7*191$
1604	2^2*401	2758	$2*7*197$
1844	2^2*461	3178	$2*7*227$
2036	2^2*509	3514	$2*7*251$
2084	2^2*521	3598	$2*7*257$

表 4: $P=3,\alpha=4,\beta=2$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
$m=-7$			
372	2^2*3*31	847	$7*11^2$
$m=-6$			
45	3^2*5	36	2^2*3^2
2916	2^2*3^6	7609	$7*1087$
$m=-5$			
76	2^2*19	105	$3*5*7$
772	2^2*193	1323	3^3*7^2
844	2^2*211	1449	3^2*7*23
972	2^2*3^5	2513	$7*359$
1356	$2^2*3*113$	3157	$7*11*41$
$m=-4$			
28	2^2*7	28	2^2*7

表 5: $P=3,\alpha=4,\beta=2$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
$m=-3$			
1628	$2^2*11*37$	3171	$3*7*151$
$m=-2$			
34	$2*17$	40	2^3*5
1138	$2*569$	1696	2^5*53
88	2^3*11	166	$2*83$
196	2^2*7^2	385	$5*7*11$
12	2^2*3	21	$3*7$
108	2^2*3^3	259	$7*37$
2916	2^2*3^6	7637	$7*1091$
1296	2^4*3^4	3737	$37*101$

4.1 普遍解

$m=-2$ のとき, $a=2^2*3^e, A=7q$ の解がある.

$P=3,\alpha=4,\beta=2$ モンスター的完全数の定義方程式は $A=\sigma(a)+7m, 2\sigma(A)=3\beta a+\alpha\beta(1+2m)$.

そこで m のままで $a=2^2*3^e, A=7q$ の解を代入する.$N=(3^{e+1}-1)/2$ とする.

$$A=\sigma(a)+7m=\sigma(2^2*3^e)+7m=7(N+m), A=7q$$

により, $q=N+m$.

逆に,$a=2^2*3^e, A=7q$ のもとで $q=N+m$ を仮定すると,

$\sigma(A)=\sigma(7q)=8(q+1)$, $3a+4(1+2m)=4*3^{e+1}+8m=4(2N+2)+8m=8q+8$.
よって, $\sigma(A)=3a+4(1+2m)$.

$a=2^2*3^e, A=7q$ は $P=3, \alpha=4, \beta=2$ モンスター的完全数の定義方程式を満たしモンスター的完全数になることが検証された.

注意 1 $a=2^2*3^e, A=7q$ は m のよらないので普遍解.

$a=2^2*3^e, A=7q$ に対して $m=N-q$ として m が定まる.

表 6: $P=3, \alpha=4, \beta=2$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
$m=0$			
普遍解	2^2*3^e		$7q$
36	2^2*3^2	91	$7*13$
2916	2^2*3^6	7651	$7*1093$
$m=1$			
2^e 解	2^e	$2q$	
2	2	10	$2*5$
4	2^2	14	$2*7$
8	2^3	22	$2*11$
16	2^4	38	$2*19$
64	2^6	134	$2*67$
128	2^7	262	$2*131$
4096	2^{12}	8198	$2*4099$
普遍解	2^2*3^e		$7q$
12	2^2*3	35	$5*7$
108	2^2*3^3	287	$7*41$
8956	2^2*2239	15687	3^3*7*83
81	3^4	128	2^7
476	2^2*7*17	1015	$5*7*29$
860	2^2*5*43	1855	$5*7*53$
1364	$2^2*11*31$	2695	$5*7^2*11$
124	2^2*31	231	$3*7*11$

4.2 $m=0$ のとき

$m=0$ には $a=36=2^2*3^2, A=91=7*13$, $a=2916=2^2*3^6, A=7651=7*1093$ となる解がある．これを一般化して, $a=2^2*3^e, A=7q$ となる解を確認しよう．

$m=0$ の方程式は $A=\sigma(a), 2\sigma(A)=3\beta a+\alpha\beta=6a+8$. よって, $\sigma(A)=3a+4$.

$a=2^2*3^e, A=7q$ を代入する．$2A=\sigma(a)=7*(3^{e+1}-1)=14q, 3a+4=4*3^{e+1}+4$ によって,

$2q=3^{e+1}-1, \sigma(A)=\sigma(7q)=8(q+1)=4(3^{e+1}+1)$ したがって, $\sigma(A)=3a+4$.

$q=\dfrac{3^{e+1}-1}{2}$ が素数になれば, $a=2^2*3^e$ は $m=0$ のモンスター的解.

定義 1 P:素数に対して $M=\dfrac{P^{e+1}-1}{P}$ が素数になるとき底が P のメルセンヌ素数という．

注意 2 $m=0$ のとき $P=3, \alpha=4, \beta=2$ モンスター的完全数 a は $P=3$ の メルセンヌ素数 $q=\dfrac{3^{e+1}-1}{2}$ によって, $a=2^2*3^e$ と書けるのだろうか

4.3 $m=1$ のとき

$m=1$ の場合には $a=2^e, A=2q, q:$ 奇素数, となる解がある.

$A=\sigma(a)+7m=\sigma(a)+7, 2\sigma(A)=3\beta a+\alpha\beta(1+2m)=6a+8*3.$

簡単にして $\sigma(A)=3a+12.$

$a=2^e$ を仮定し, $A=\sigma(a)+7=2^{e+1}+6=2(2^e+3), A=2q$ によって, $q=2^e+3=N+4, (N=2^{e+1}-1).$

$A=2q$ により, $\sigma(A)=3q+3,$ さらに $3a+12=3*2^e+12=3(q-3)+12=3(q+3).$

ゆえに $\sigma(A)=3a+12.$

したがって, $q=N+4$ なので平行移動 4 のメルセンヌ素数である.

表 7: 平行移動 4 のメルセンヌ素数 $q=2^{e+1}-1+4$

e	N+4
0	5
1	7
2	11
3	19
5	67
6	131
11	4099
14	32771
15	65539
17	262147
27	268435459
29	1073741827

表 8: $P = 3, \alpha = 4, \beta = 2$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
a		A	
$m = 2$			
4	2^2	21	$3 * 7$
$m = 3$			
108	$2^2 * 3^3$	301	$7 * 43$
972	$2^2 * 3^5$	2569	$7 * 367$
$m = 4$			
4	2^2	35	$5 * 7$
36	$2^2 * 3^2$	119	$7 * 17$
2916	$2^2 * 3^6$	7679	$7 * 1097$
$m = 5$			
$m = 6$			
36	$2^2 * 3^2$	133	$7 * 19$
324	$2^2 * 3^4$	889	$7 * 127$
$m = 7$			
12	$2^2 * 3$	77	$7 * 11$
172	$2^2 * 43$	357	$3 * 7 * 17$
892	$2^2 * 223$	1617	$3 * 7^2 * 11$
108	$2^2 * 3^3$	329	$7 * 47$
940	$2^2 * 5 * 47$	2065	$5 * 7 * 59$
4972	$2^2 * 11 * 113$	9625	$5^3 * 7 * 11$
$m = 8$			
$m = 9$			
12	$2^2 * 3$	91	$7 * 13$
188	$2^2 * 47$	399	$3 * 7 * 19$
108	$2^2 * 3^3$	343	7^3
972	$2^2 * 3^5$	2611	$7 * 373$
152	$2^3 * 19$	363	$3 * 11^2$

表 9: $P=3, \alpha=4, \beta=2$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
a		A	
$m=10$			
4	2^2	77	$7*11$
8	2^3	85 5*17	
36	2^2*3^2	161	$7*23$
170	$2*5*17$	394	$2*197$
324	2^2*3^4	917	$7*131$
2916	2^2*3^6	7721	$7*1103$
577	577	648	2^3*3^4
5552	2^4*347	10858	$2*61*89$
$m=11$			
52	2^2*13	175	5^2*7
1164	2^2*3*97	2821	$7*13*31$
$m=12$			
4 2^2	91	$7*13$	
$m=13$			
12	2^2*3	119	$7*17$
108	2^2*3^3	371	$7*53$
11744	2^5*367	23275	5^2*7^2*19
$m=14$			
$m=15$			
12	2^2*3	133	$7*19$
972	2^2*3^5	2653	$7*379$
$m=16$			
4	2^2	119	$7*17$
36	2^2*3^2	203	$7*29$
324	2^2*3^4	959	$7*137$
58	$2*29$	202	$2*101$
526	$2*263$	904	2^3*113
2916	2^2*3^6	7763	$7*1109$
5206	$2*19*137$	8392	2^3*1049
5608	2^3*701	10642	$2*17*313$

表 10: $P=3, \alpha=4, \beta=2$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
$m=18$			
4	2^2	133	$7*19$
36	2^2*3^2	217	$7*31$
324	2^2*3^4	973	$7*139$
676	2^2*13^2	1407	$3*7*67$
$m=19$			
12	2^2*3	161	$7*23$
108	2^2*3^3	413	$7*59$
972	2^2*3^5	2681	$7*383$
8748	2^2*3^7	23093	$7*3299$
10828	2^2*2707	19089	$3^3*7*101$
268	2^2*67	609	$3*7*29$
1100	2^2*5^2*11	2737	$7*17*23$
3468	2^2*3*17^2	8729	$7*29*43$
$m=21$			
108	2^2*3^3	427	$7*61$
8748	2^2*3^7	23107	$7*3301$
284	2^2*71	651	$3*7*31$
1676	2^2*419	3087	3^2*7^3
1564	$2^2*17*23$	3171	$3*7*151$
2332	$2^2*11*53$	4683	$3*7*223$

表 11: $P=5,\alpha=\beta=2$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
$m=-20$			
普遍解	$2*5^e$		$3*q$
50	$2*5^2$	33	$3*11$
1250	$2*5^4$	2283	$3*761$
$m=-18$			
普遍解	$2*5^e$		$3*q$
50	$2*5^2$	39	$3*13$
$m=-14$			
普遍解	$2*5^e$		$3*q$
50	$2*5^2$	51	$3*17$
$m=-12$			
普遍解	$2*5^e$		$3*q$
50	$2*5^2$	57	$3*19$
1250	$2*5^4$	2307	$3*769$
338	$2*13^2$	513	3^3*19

$A=\sigma(a)+\sigma(\alpha)m, \overline{P}\sigma(A)=P\beta a+\alpha\beta(P-2+\overline{P}m)$ に $P=5,\alpha=\beta=2$ を代入すると,

$$A=\sigma(a)+3m, 4\sigma(A)=5*2a+4(3+4m).$$

表を参考にして $a=2*5^e, A=3*q$ を使う. $W=\dfrac{5^{e+1}-1}{4}$ を利用して

$$A=\sigma(a)+3m=\sigma(2*5^e)+3m=3*W+3m=3q$$

により $W+m=q$.

$q=\dfrac{5^{e+1}-1}{4}+m.$

$m=-20$ のとき $e=2$ なら, $q=\dfrac{5^3-1}{4}-20=31-20=11.$

$e=4$ なら, $q=\dfrac{5^5-1}{4}-20=781-20=761.$

$a=2*5^e, A=3*q$ は m によらない解を与えるので普遍解になる.

表 12: $P=5, \alpha=\beta=2$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
$m=-10$			
26	$2*13$	12	2^2*3
$m=-8$			
普遍解	$2*5^e$		$3*q$
50	$2*5^2$	69	$3*23$
1250	$2*5^4$	2319	$3*773$
$m=-4$			
普遍解	$2*5^e$		$3*q$
10	$2*5$	6	$2*3$
$m=-2$			
普遍解	$2*5^e$		$3*q$
50	$2*5^2$	87	$3*29$
$m=0$			
普遍解	$2*5^e$		$3*q$
50	$2*5^2$	93	$3*31$
31250	$2*5^6$	58593	$3*19531$
$m=4$			
2	2	15	$3*5$
338	$2*13^2$	561	$3*11*17$

5 $P = 5, \alpha = \beta = 2$ モンスター的完全数

$A = \sigma(a) + \sigma(\alpha)m = \sigma(a) + 3m, 4\sigma(A) = 5 * 2 = \beta a + \alpha\beta(P - 2 + \overline{P}m)$

表 13: $P = 5, \alpha = \beta = 2$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
m=6			
2	2	21	$3 * 7$
50	$2 * 5^2$	111	$3 * 37$
1250	$2 * 5^4$	2361	$3 * 787$
m=8			
2	2	27	3^3
m=10			
2	2	33	$3 * 11$
36	$2^2 * 3^2$	121	11^2
50	$2 * 5^2$	123	$3 * 41$
31250	$2 * 5^6$	58623	$3 * 19541$
m=12			
2	2	39	$3 * 13$
50	$2 * 5^2$	129	$3 * 43$
31250	$2 * 5^6$	58629	$3 * 19543$
m=16			
2	2	51	$3 * 17$
50	$2 * 5^2$	141	$3 * 47$
1250	$2 * 5^4$	2391	$3 * 797$
m=18			
2	2	57	$3 * 19$

表 14: $P = 5, \alpha = 42, \beta = 6$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
m=-20			
1050	$2 * 3 * 5^2 * 7$	1056	$2^5 * 3 * 11$
26250	$2 * 3 * 5^4 * 7$	73056	$2^5 * 3 * 761$
28602	$2 * 3^2 * 7 * 227$	69216	$2^5 * 3 * 7 * 103$
m=-18			
1050	$2 * 3 * 5^2 * 7$	1248	$2^5 * 3 * 13$
m=-16			
m=-14			
1050	$2 * 3 * 5^2 * 7$	1632	$2^5 * 3 * 17$
m=-12			
1050	$2 * 3 * 5^2 * 7$	1824	$2^5 * 3 * 19$
1470	$2 * 3 * 5 * 7^2$	2952	$2^3 * 3^2 * 41$
7098	$2 * 3 * 7 * 13^2$	16416	$2^5 * 3^3 * 19$
8442	$2 * 3^2 * 7 * 67$	20064	$2^5 * 3 * 11 * 19$
10458	$2 * 3^2 * 7 * 83$	25056	$2^5 * 3^3 * 29$
18942	$2 * 3 * 7 * 11 * 41$	47232	$2^7 * 3^2 * 41$
26250	$2 * 3 * 5^4 * 7$	73824	$2^5 * 3 * 769$
m=-10			
6762	$2 * 3 * 7^2 * 23$	15456	$2^5 * 3 * 7 * 23$

表 15: $P = 5, \alpha = 42, \beta = 6$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
m=-8			
1050	$2 * 3 * 5^2 * 7$	2208	$2^5 * 3 * 23$
26250	$2 * 3 * 5^4 * 7$	74208	$2^5 * 3 * 773$
m=-6			
35658	$2 * 3^2 * 7 * 283$	88032	$2^5 * 3 * 7 * 131$
m=-4			
m=-2			
1050	$2 * 3 * 5^2 * 7$	2784	$2^5 * 3 * 29$
m=0			
1050	$2 * 3 * 5^2 * 7$	2976	$2^5 * 3 * 31$
8442	$2 * 3^2 * 7 * 67$	21216	$2^5 * 3 * 13 * 17$
m=2			
3402	$2 * 3^5 * 7$	8928	$2^5 * 3^2 * 31$
20874	$2 * 3 * 7^2 * 71$	49440	$2^5 * 3 * 5 * 103$
m=4			
42	$2 * 3 * 7$	480	$2^5 * 3 * 5$
7098	$2 * 3 * 7 * 13^2$	17952	$2^5 * 3 * 11 * 17$

表 16: $P = 5, \alpha = 42, \beta = 6$ モンスター的完全数

a	素因数分解	A	素因数分解
m=6			
42	$2 * 3 * 7$	672	$2^5 * 3 * 7$
1050	$2 * 3 * 5^2 * 7$	3552	$2^5 * 3 * 37$
26250	$2 * 3 * 5^4 * 7$	75552	$2^5 * 3 * 787$
m=8			
42	$2 * 3 * 7$	864	$2^5 * 3^3$
11130	$2 * 3 * 5 * 7 * 53$	31872	$2^7 * 3 * 83$
m=10			
42	$2 * 3 * 7$	1056	$2^5 * 3 * 11$
1050	$2 * 3 * 5^2 * 7$	3936	$2^5 * 3 * 41$
43722	$2 * 3^2 * 7 * 347$	109536	$2^5 * 3 * 7 * 163$
m=12			
42	$2 * 3 * 7$	1248	$2^5 * 3 * 13$
1050	$2 * 3 * 5^2 * 7$	4128	$2^5 * 3 * 43$
m=14			
m=16			
42	$2 * 3 * 7$	1632	$2^5 * 3 * 17$
1050	$2 * 3 * 5^2 * 7$	4512	$2^5 * 3 * 47$
26250	$2 * 3 * 5^4 * 7$	76512	$2^5 * 3 * 797$
m=18			
42	$2 * 3 * 7$	1824	$2^5 * 3 * 19$
1710	$2 * 3^2 * 5 * 19$	6408	$2^3 * 3^2 * 89$
13482	$2 * 3^2 * 7 * 107$	35424	$2^5 * 3^3 * 41$
47754	$2 * 3^2 * 7 * 379$	120288	$2^5 * 3 * 7 * 179$