

# チャレンジ問題

梶田光 (小学5年生)

06.10.2019

## 1 やさしい問題

1.  $p, q$  は奇素数とする.  
このとき  $pq$  は完全数にならないことを証明せよ.
2.  $c$  は正の実数とする.  $\sigma(n) - cn\varphi(n) = 0$  を満たす自然数  $n$  は高々有限個しかないことを証明せよ.
3.  $p, q$  は奇素数とし, 方程式  $\sigma(n) = pn + q$  について考える.
  - (a) この方程式に A 型解が存在しないことを証明せよ.
  - (b) この方程式に D 型解が存在しないことを証明せよ.
  - (c) この方程式に半素数解が存在しないことを証明せよ.
  - (d) 奇素数のべき乗かつこの方程式の解になるような自然数が存在しないことを証明せよ.

半素数とは 2 個の奇素数の積のこと.

## 2 難しい問題

T 条件 (高橋条件), つまり  $\gcd(P, m) = 1$  かつ  $P + m \equiv 1 \pmod{2}$  を満たす整数  $P > 1, m$  について,  
 $P^e + m$  が素数になる  $e$  が必ずあることを示せ. (無限にあるかもしれない)