

# 算数・数学を学ばせる意味

教職課程の科目を担当してみて

神谷徳昭 公立大学法人会津大学

**はじめに** 公立大学法人会津大学において数学科教育法を教育、指導しているものとしてここに社会的、歴史的事柄を交えながら数学教育の意味について述べたいと考えます。つまり、この小論では数学教育についての諸々の教育論を含めた社会よりの発言と事例を踏まえながら論及したいと思います。

まとまりがない記述となっている点は多々存在すると思いますがこれは我々がいかにか理想的な教育システムの構築を目指して、教職科目を担当しているものとして日夜悪戦苦闘の努力をしながら学生に接し教育しているかの実践研究録としての内面の心のつぶやきと考えていただければこの拙文(研究)の価値は少しでもあるのではないかとお許し願ひここに提供する次第です。

**1. 数学教育** 初等・中等教育において、算数・数学を学ばせる意味という研究理念を『数学者からみた数学教育』という立場で私の報文を始めることにします。しかしながら、広く大学教育とは、21世紀の大学における教育という観点から視ますと25年前の昭和59年無限大(No.53)において述べられている「21世紀の大学における科学・技術教育を考える」というシンポジウムの中で、

- ・ 21世紀を担う人材の教育を考えよう(清水司)、
- ・ 科学・技術を通じて日本が世界に貢献するために(小谷正雄)、
- ・ 集団モードと個性の共存をはかろう(江崎玲於奈)、
- ・ 目的意識を学生に持たせる教育(井深大)、
- ・ 刺激のない大学はレジャーの場である(江副浩正)、
- ・ 学問専門化の弊害をうちやぶれ(餌取章男)、
- ・ 科学・技術のあり方と大学のあり方(討論)、
- ・ 高等教育の多様化と充実(討論)。

このような問題提供と討論がなされています。この25年前の題目は現在の我々にも共通する課題であり、そこにおいて語られている内容は、いつの時代においても「大学教育のあり方」は論じられるべきテーマとしていつも取り上げられていることが理解できます。

新制大学制度が昭和24年に発足して約60年が立ちます。20世紀後半に教育を受けた我々は、21世紀の教育を考えると、どの様な人材を育成するのかということを改めて考えるべき時が到来したと思います。そして大入時代の変革の折この研究プロジェクトがその様な場の発端となればと考えています。

次に大学における教育という広い観点からでなく、もう少し狭い意味において、つまり「数学者からみた数学教育」という論点で考えたいと思います。

児童生徒を教えるための教師の数学的資質をどの様に向上させたらよいのかということ、我々数学者が日頃考えている点から述べたいと思います。

- ・ 教育学部系(教員養成学科)の数学カリキュラムの統一、
- ・ 数学の専門性と教師の能力の向上、
- ・ 数学力と教師力(生徒の数学指導のたねとコミュニケーションの方法)、
- ・ 教師の指導力(生徒一人・一人の適正に対応した力)。

以上が教師育成のときに求められるべき・心がけるべき我々(数学者)の主な視座であると考えています。さらに狭い意味において「はじめにロゴスありき」という点で、数学教育を視ることにします。これは聖書にある有名な言葉ですが、勿論、宗教的に深く探求されているものだと思いますが、これを宗教以外に使わせていただくと、ロゴスとは内面の思想・思索を表現する言葉のことであると定義されていて、またその言葉の底にある思想ないしは理性をさすといわれています。その他にも、計算とか比とか、数学的な要素も含まれている様です。

「はじめにロゴスありき」という時、我々(数学者)は、言葉[論理]なのか思想なのかどちらなのか判断がつきかねると思います。これと同じ概念として数学を教えるとき、いつも学生に次の例を挙げています。

1. 筋だけはつかんでいるが、証明[論証]の述べ方がなっていない。
2. 証明(説得)と納得(自己満足)は異なる。

説得には説得の語法(ロゴス)があり、君たちは数学を通してそれを学んでいるということを自覚しなくてはいけないといつも強調しています。

別の事例として、問題を解くとき、

1. 解(ロゴス)を述べる言葉(ロゴス)、
2. 解を導く推論・考え方・論理(ロゴス)。

このロゴスがなかなか身につかない。

そして後者の方が難しく感じ、先人の教育者達が様々な工夫をこらして研究教育しているのが事例だと思います。そして結論は、言葉(ロゴス)と本人自身の悟性(自覚)によって体得する以外に方法はないのだと考えています。

三番目の事例として、自然数、整数、有理数、無理数あるいは実数、複素数、四元数、八元数……、についてその実在性について考えてみますと、自然数については、1, 2, 3, 4、等 数を数える操作ということで思い描くことが可能かもしれませんが、実数(real number)―実在する数―という本当に存在するかと考えていますが、数学者の頭の中には実在しますが、世の中に、世間一般に実在するかといわれると、私は反論できません。実数どころか、自然数「1」「2」「3」……そのものも見ることも、触ることもできません。

実数の拡張概念である複素数、4元数、8元数は勿論、数の定義を明確にしなければ、その実存さえ、不明確になると思います。

1個のボール、1冊の本、1人の人、1本の木等々、これらに共通する或る抽象的な「もの」を「一」と呼び、以下、続ける対象を数と定義し、その存在性は理論とともに慣れ、実在化すると思います。しかし、「ペアノの公理」それ自身の体系化が全ての世の人々に対する「数」の実在を保障するかは私は判断しかねます。

数というものは本質的には一個の抽象的理論であって理論的構築物の外観として世の中に応用されようが、されまいが関係なく存在し、それが道具として用いられても利用者の使い方は、各自で、その目的に適合させて現実にあてはめるだけの話であると考えます。このように一刀両断に斬捨てることができるならば、どんなにか楽かと思えます。しかしこの様な考えは、今の時代に適合しないと考えています。しかしながら、数学教育の理念は「数学」という抽象概念を世の中の人々にわかりやすく説明する「橋」の様な存在だと私

は考えています。

抽象——橋——具象( 数学者の役割)

人間のロゴス(言葉、概念、思索、説明論理)の教育が数学教育の原風景と信じてこの節を終わりにします。

## 2. 産業界、経済界、社会からの発言と意見 社会的、生活的状況の理解として、

- ① 特に重要なのは、数学と語学的能力(カルロス・ゴーン談)、
- ② 2次方程式は役に立たない(三浦朱門談)。

この2つの観点から少し述べることにします。

最初に少し長くなりますが、①の部分から始めます。日本では、専門学習の重視か、一般教養の重視かで意見が対立しています、というインタビューに対してゴーン氏は次の様に答えています。「これは常に悩むところです。フランスでも米国でもそうです。公的な当局者は、この二つの間を、極端に行ったり来たりしています。私の考えでは、深く発展させるべきいくつかの科目と、さらりと触れればよい科目があると思います。子供たちが味見して、深く知りたくなったら、自分の力で、あるいは両親の助けを借りて、そうすればいい。したがって、浅く広い知識か、それとも狭く深い知識か、という問題に唯一の解決策があるとは思いません。個人的には、数学が非常に重要だと思います。概念、合理性、論理、観察、構成、組み合わせなど、思考を発展させる上で、非常に重要なものを与えてくれるからです」。

これを我々の数学教育の立場でみさせていただきますと、思考を発展させるもの、つまり人間の五感で感じたものを総合し、分析し、理解する、そのシステムそれ自身が重要であることを指摘していると思います。そして何故数学教育をするのかの本質を洞察する論点でもあります。

2点目の2次方程式の解の公式は、役に立たないという意見に対して、数学者は、そんなことはないと声を大にして、言ったけれども、マスコミが大々的に取り上げる声にはならなかった。すなわち「分数が出来ない大学生」ほどには反響がなかったと筆者は考えます。また「役に立たない」とはどういう定義ですかと、その場で反論しなかつたこともあり、2次方程式の解の公式を中学生に学習させる意義について数学者のほとんどの人は考えもしなかつたと思います。否考えても、皆(数学者集団)で意義があるということを社会に認識してもらおう行動を起こさなかつたのではないかと考えています。勿論、行動を行こされた方も居るとは思いますが、大々的にマスコミが取り上げる話題にはならなかったと、そして持続性がなかつたと思われま

スポーツ選手がよい成績をとる為に体を鍛えることは日常いつも心がけることだと思います。それと同様に数学の学習をする事は、手や足の様に役に立つという観点でなく、頭を鍛える最善、最良の方法なのだというギリシャ以来の伝統を宣伝し、数学以外は自分が学習したことを自分自身で検算(証明)できる学問体系は存在しないということをもっと我々数学者も自覚しなければいけないのかも知れません。そして社会へ自分達の存在意義を声を大にして叫ぶ必要があると考えます。

## 3. 数学者の意識

イギリスの現代の数学啓蒙科学者の一人イアン・スチュアートの「若き数学者への手紙」より抜粋しますと、70年前に書かれたハーディーの文章を引用して「ハーディーの場合、最大でも一日四時間を限度として、自分の研究課題に集中して取り組み、あとの時間は、数学と並んで情熱を注いでいたクリケットの試合を観戦したり、新聞を読んだりして、過ごしていました。時には、学生の研究につきあつたりしたのですが、個人的なことについてはあまり語っていません。一方、今時のごく一般的な数学者の場合は、学生に数学を教えたり、研究交付金をもらうために動いたり、自分の研究をしたり、創造的な活動をしようとする、必ず邪魔に入ってくる無意味な官僚制度と戦つたりで、一日10時間から12時間は仕事をしているはず

ハーディーは、ある意味で、イギリスの学者の典型でした。自分に対して、高く狭い基準を設けていました。自分が選んだ数学という分野は、外部の人間にとって有用だからでなく、数学そのものが優美であり、論理的だからこそ尊い、と考えていました。自分の業績がまるで戦争の役に立たないことを、誇りにしていたのです。ハーディーの本が第二次大戦開戦の年に刊行されたことを考えれば、このような姿勢に多くの数学者が共感することと思います。」と述べています。この文章はもしかすると、現在の日本の数学者の人々にも同感する共通の意識が存在するのではないかと私は思います。しかしこのような良き時代は終わり、数学と人間社会(特に数学教育)との関係に関心を持っている人々に「数学とは何か」、「何の役に立つのか」、「どうやって学べよというのか」、「どのように教えればよいのか」これらについて発信し、啓蒙運動をする必要がある時代が到来したと考えます。

次に「数学の学び方」という本の中で「数学の定理を理解するには普通其の証明の論証を一步一步辿っていく——中略——はじめは分からない証明も繰り返しノートに写して暗記してしまうと何となく分かる。——中略——それならば証明は暗記さえすれば分かるかという点必ずしもそうは行かないようである。繰り返しノートに写しているうちに大脳の中で何かがお起ってわかった!ということになるらしい。」とフィールズ賞受賞者の小平邦彦氏はこのようにのべています。これもある数学者の数学に対する学び方(指導法、勉強法)の一例ですが数学を研究する我々現代の教育者にも共通する潜在的な意識だと思えます。

実例——— 橋——— 抽象概念 (橋が数学の役割)
---------------------------

このようなスキームが考えられますので社会に直接役に立つという意識より精神の高揚が自分自身で悟性できるという感覚が大事だと考えています。

何回も繰り返し暗記するそして概念形成が脳にインプットされ無意識の意識

が創成される、この記憶の無意識化が数学に王道なと古来より言われている格言であると考えます。

4. 「理念の構築に向けて」 われわれの教育システムの目的としては、数学者で最初の文化勲章受賞者である、100年前の先達の高木貞治先生の「新式算術講義」の緒言が今なお、我々に語りかけるに十分な価値が存在すると考えています。少し長くなりますが、この高名な数学者が数学教育について書いた含蓄のある文章・文体なので少し現代的文に直しましたが、そのままここに述べたいと思います。「普通教育の程度を超えて、初等数学を修むる人の参考に適せる書籍の、本邦出版界に殆ど絶無なるは、著者の私に憾とする所なり。然れども初等数学の範囲は広大にして、其分科は繁多なり。今其全般を通じ、細目に入りて、普く此欠陥を填充せんこと、短日月を以て成さるべき事業に非ず。——(中略)——普通教育に於ける算術の論ずる所は一見甚卑近なるが如しと雖も、若し深く問題の根底に穿入せんとするときは、必しも然らず。夫れ教師は其教ふる所の学科につきて含蓄ある知識を要す。算術教師が算術の知識を求むる範囲、其教ふる児童の教科用書と同一程度の者に限らるること、きわめて危殆なりと謂うべし。確實なる知識の欠乏を補うに、教授法の経験を以てせんとするは、「無き袖を振はん」とするなり、是を以て此書は広く算術の教授に従事する教師諸氏の仲に其読者を求めんと欲す。」

これが現代の数学教育にも適用可能な我々の理念と考えられます。先人の語(ことば)により、我々の未来への教育への語(ロゴス)としたいと思えます。

21世紀のわれわれの目標として心理学的な学習と学際的に融合した数学教育についての総合的な構想が出てくるのが期待されています。

**あとがき** 数学教職科目を担当し、教師になることを志望している学生に少しでも専門性の教授を試み彼らに体得した能力の活用を身に付けさせようと先達の方法と教えを基にして論及しました。

数学の高度な訓練と勉強をした人たちは、自分自身による検算性が可能であることを自覚する悟性を持ち土台の木材、レンガが存在すれば自分自身で建築物、家などを建てられ自由な間取りで安全に好きな時間に休養できる快適な空間を創造できるところに行き着きます。

この頭脳活動こそが数学文明であると私たち教師[指導者]は考えています。

人間が部屋に入るのに壁でなく扉から入るように教育は算数、数学から入るのが自然な行動、様式であり家を作るときドアを構築しない人はいないと思う。

つまり算数こそ入口の初歩と考えています。木とレンガで家を作り上げたのにその居住空間が出来上がるとベット、照明、カーテン、等に目が向けられ土台の基礎のことを忘れてしまうこの風潮が現在の教育の荒廃の一因ではないかとみられます。

もう一度原点の教育とは何かという根源的なことに目を向けてすべての人類の英知は数学を土台にしているということを宣伝すべきだと考えています。

文明あるところに数学ありと考える人たちが社会一般の人々に増え、理解してもらうことが第一歩であると強調したいと思います。さらに極端に述べますとそのために我々は存在していると指摘します。

最後にこの文章を書くにあたりまして多くの先人の論稿、資料を参考にさせていただきました。——お名前はあげませんがここに深謝申し上げたいと思います。

## 引用文献

- 「数学の学び方」 岩波書店；小平邦彦編 1987
- 「エリート教育は必要か」 読売ぶっくれっと No.23. 2000
- 「若き数学者への手紙」 日経BP ポール・スチュアート著 2007
- 「新式算術講義」 博文館；高木貞治 1907
- 「無限大 $\infty$ 」 No.63. 1984
- 「非結合的代数系概論」 会津大学講義録 神谷徳昭 2002
- 「初等中等教育において算数数学を学ばせる意味」 RIMS 京都大学数理解析研究書講究録 No.1657 安井孜 2009
- 「数学教育における数学者の役割」 RIMS 京都大学数理解析研究書講究録 No.1657 蟹江幸博 2009