国立高専３年次学習到達度試験とその周辺

佐藤義隆（東京高専）
長水壽寛（福井高専）

１．はじめに

全国に 55 校ある国立高等専門学校（以後、高専）は、第３学年生を対象に数学の学習到達度試験を実施することになった。本報告書では、高専における教育、学習到達度試験の背景とその実施、今後の課題について報告する。

２．高専における教育について

2.1 社会における高専卒業生

高専は中学卒業生を受け入れ、技術者養成を目的とした５年制の高等教育機関である。現在はどの高専にも本科５年の後に２年制の専攻科が設置され、７年制教育を目指しつつある。わが国の６・３・３・４制から外れるユニークな制度であるが、社会的には知名度はそう高くはない。しかしわが国の技術者のうちで高専卒業生の占める割合は 12％におよび、その割合は実は大きいと言える（[注]）。

高専生の卒業後の進路は、高専によって多少割合は異なるが、本科５年卒業生の約 55％が就職し、約 45％が進学する（内訳は約 30％が大学３年次へ編入し、15％が高専専攻科に進学）。大学進学後、ほとんどの学生は大学院に進学している。

卒業生に対する社会からの評価については、みずほ総研による調査（[１]：回答社数 2500、回収率 22％）によれば、80％以上の会社が高専卒業生を大変高く評価しており、「教育プログラムはこのままで良い」という提言がついている。また、高専卒業生の 75％が「高専卒業に満足している」と回答している。

2. 2 高専生の学業成績

高専に入学し、5 年間の工学系専門の勉強過程で『成績がどのように推移していくのか』、また『卒業後どのような成績の人がどのような進路をとっているのか』については、興味深い報告がなされている（[２]）。

沖津氏の論文（[２]）では、学業成績を上位、中位、下位と 3 分し、5 年間まったく同じ成績位置であったものを「安定」とし、それ以外を「変動」とした。また、留年および退学者を「脱落」とした。図１で、入学から卒業まで一貫して上位である上位安定者は 14.6％であり、同様に「中位安定」は 2.9％、「下位安定」4.9％、「変動」56％、「脱落」21％となっている。

高専の１クラス（１学科）の定員は 40 人であり、毎年どのクラスにも大変良くできる学生が 5，6 名はいるが、これは 15％に相当し、確かに統計値を実感できる。さらに、非常に良くできる優秀な学生は毎年各クラス 1、2 名いるというのが実感である。

また、図２から図４は、安定、変動タイプを、さらに理系・専門科目に強い「理系タイプ」と、そうでない「非理系タイプ」とに分けた沖津氏による進路別のデータである。

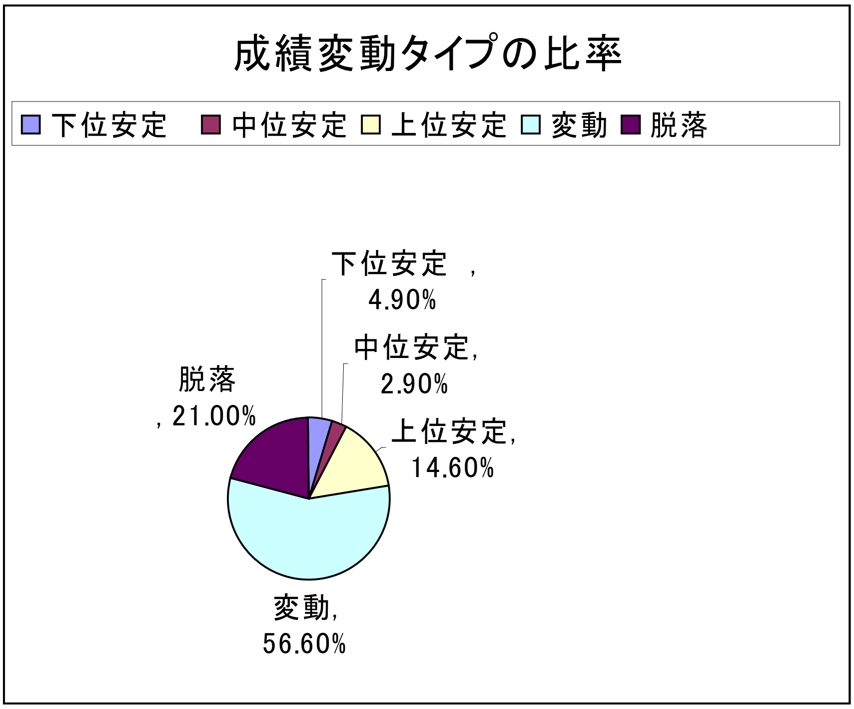

成績変動タイプの比率
下位安定
中位安定
上位安定
変動
脱落
下位安定 ,
4.90%
中位安定,
2.90%
上位安定,
14.60%
変動,
56.60%
脱落
, 21.00%

図 1

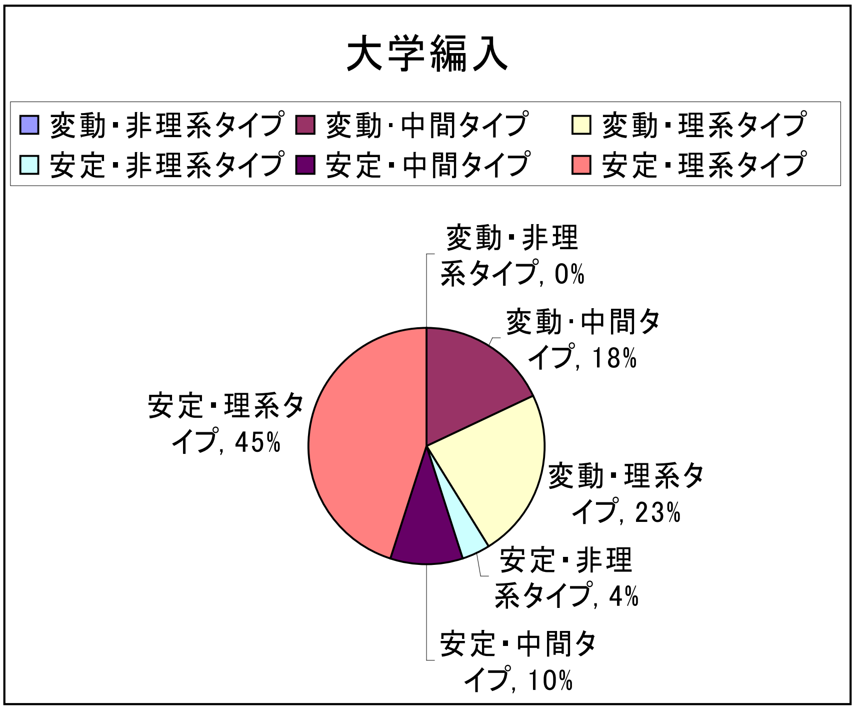

大学編入
変動・非理系タイプ
変動･中間タイプ
変動・理系タイプ
安定・非理系タイプ
安定・中間タイプ
安定・理系タイプ
変動・非理
系タイプ, 0%
変動･中間タ
イプ, 18%
変動・理系タ
イプ, 23%
安定・非理
系タイプ, 4%
安定・中間タ
イプ, 10%
安定・理系タ
イプ, 45%

図 2

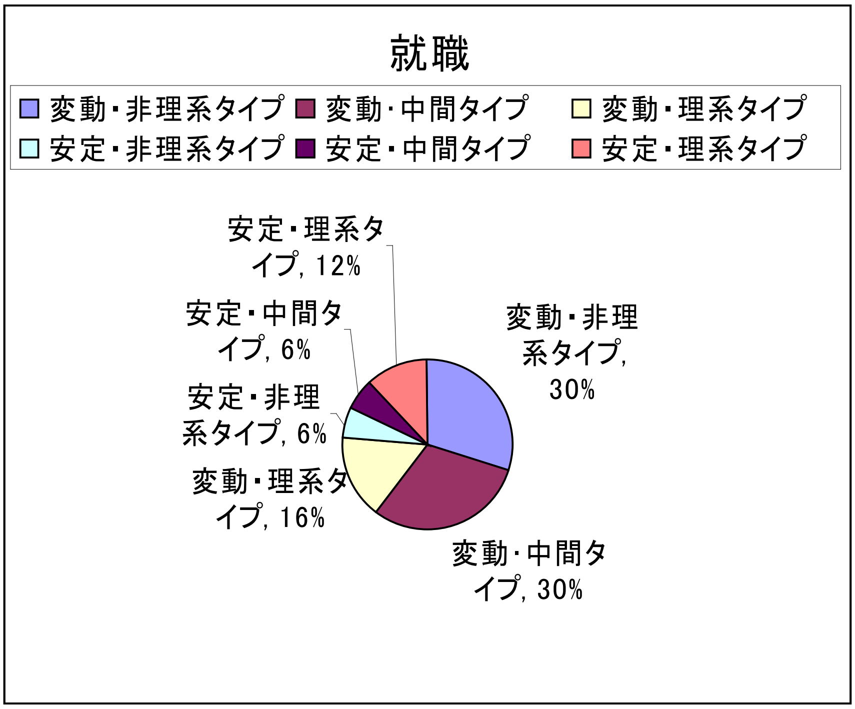


図３

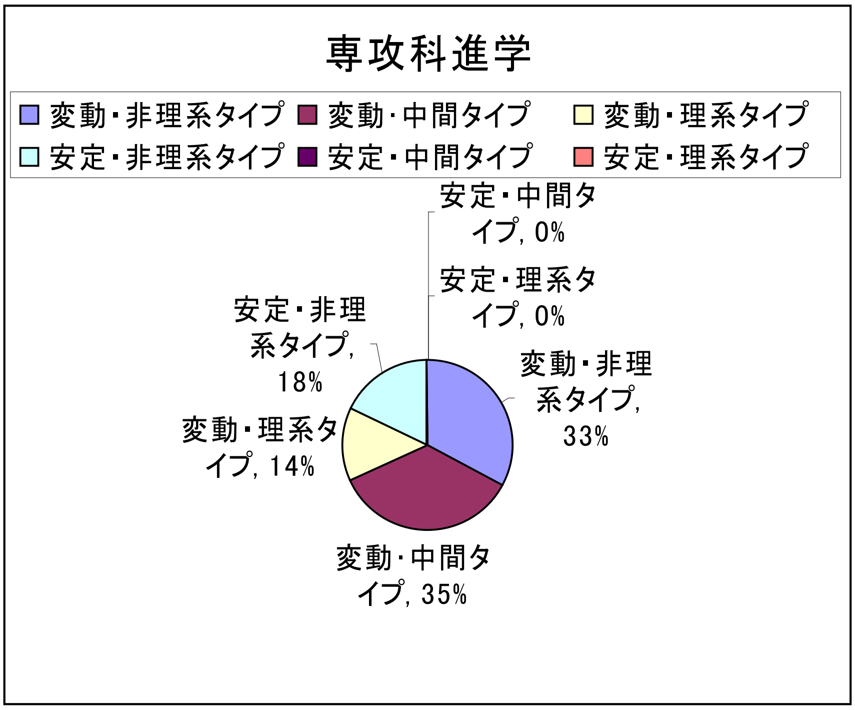


図４

下図は、某高専における学業成績の分布である。図５、図６は１年生の前期中間試験の得点のグラフで、代数と幾何の違いはあるが、総じて良い成績である。後期中間では得点

のばらつきが大きくなる（図７，図８）。しかし上位の 15%は、このまま卒業まで上位を保ち続ける者たちといえるようである。図９は、２年次における微分積分の前期末の得点である。20%近くが「脱落」しそうな状況にある。

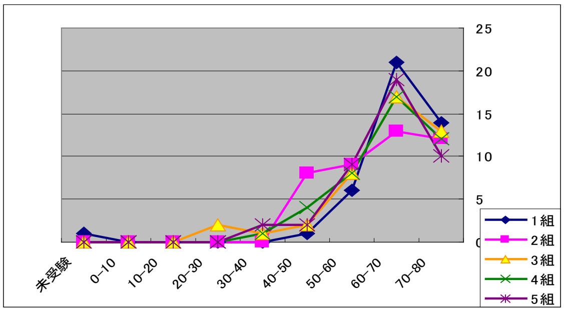


図５：１年前期中間　代数　75 点満点

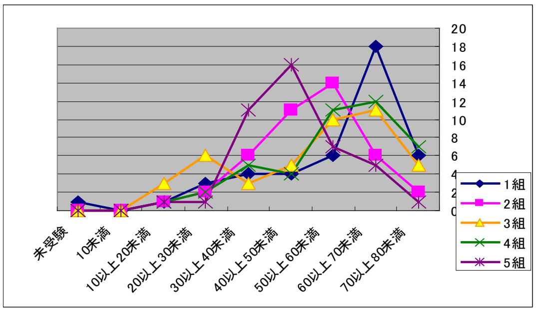


図６：１年前期中間　幾何 75 点満点

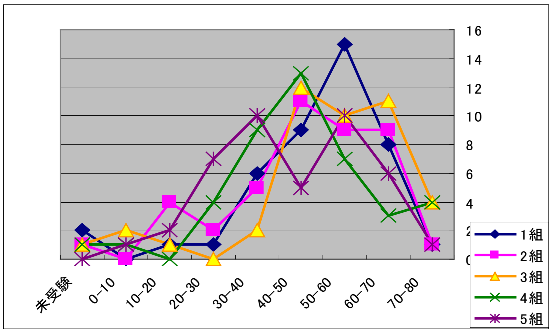


図７：１年後期末　代数 75 点満点

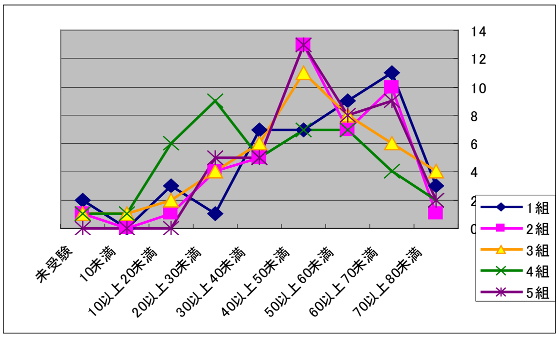


図８：１年後期末　幾何 75 点満点

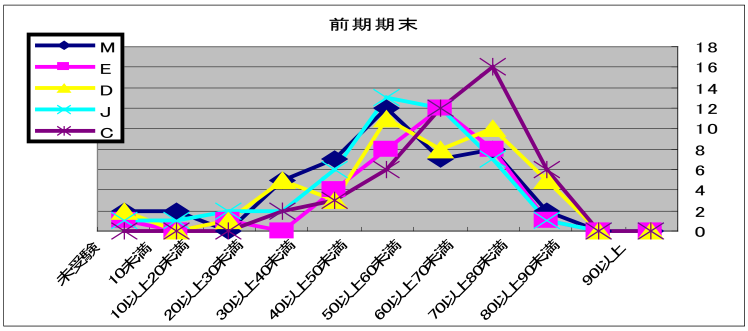


図９：２年前期末　微分積分 75 点満点

なお沖津氏によると、中間変動は上位から下位への流れであり、その逆はほとんどないという。実際に高専教育に携わって、学生達に課せられる実験やレポートの分量の多さに驚いている。一旦手を抜いたり気持ちを切らせたりすれば、成績を復帰させることは難しいであろうことは想像に難くない。

高専における教育は、技術者育成という一つの目標を持ちながら、15%の非常に優秀な学生と、20%の脱落寸前の学生が混在しているところに難しさがある。高専教育が今まで

効果的に行われていたことは、その「寺子屋」型教育にあると思われる。学生の顔を見ながら各学生の理解度に応じて説明する、出来る学生にはもっと教え、なかなか理解できない学生にはゆっくり説明したり、内容の程度を変えたり、授業後に個別に教えることなどが、少なくなかったように思われる。このような高専教育には、一律で画一的な授業のやり方や、前もって決められたシラバス通りの授業は効果的であるとは思われない。

３．高専機構と学習到達度試験

3.1 中期計画と学習到達度試験

高専は、平成 16 年に一つの独立行政法人高等専門学校機構（以後、機構と略す）としてまとめられた。学生数５万８千人の巨大な法人である。法人化以前は、各高専は独立した中小企業のようなもので、校長は自校の生き残りをかけていかに運営していくかを独自に工夫し、教員も共同経営者のような気持ちで参画していたように思われる。現在は機構のもとに統合され、機構による中長期計画の実現に努力していくこととなった。

ところで、機構が打ち出した中期目標の中に「高専３年次学習到達度試験の実施」があった。試験科目は、数学、物理、化学が予定されており、平成 18 年度にまず数学を試行したいとし、筆者（佐藤）に主査の依頼があった。

文部科学省の実施している中学生全国学力テストにも見られるように、一般にこの種の試験は教員からの反発が強いものである。その理由としては、

(1) 学校の序列化が行われる

(2) 教員への管理締め付けが強まる

(3) 学力テストに偏った教育になり、本来の教育の姿が歪められてしまう

等が考えられる。実際、文部科学省による学力テストに対しては、実施後にこれらの問題点が指摘されている。

高専の学習到達度試験がこのようなものであってはならないのは、言うまでもないことである。では、どうすればそのようになりがちな傾向を抑え、試験を良い方向に利用できるか。それが主査に科せられた任務と考え、「問題作成委員の選出」と「試験実施方法」については主査に基本的に一任することを機構に認めてもらった。委員には、これらの事柄を忌憚なく話し合うことができ、しかも数学教育観があまり異ならない人を選ぶ必要があった。そこで数学教育界で活発に活躍している人の中からこれらの条件を満たす人を選び機構から委嘱して頂き、次のメンバーで委員会を構成することとなった。

佐藤義隆（主査、東京高専）、梅野善雄（一関高専）、長水壽寛（福井高専）、松田修（津山高専）、柳井忠（新居浜高専）　[２年目から阿蘇和寿（石川高専）が加わる。]

委員会で話し合った結果、次のようにすることとした。

◎ 委員の名は公表する。

◎ 夏の日本数学教育学会全国大会における高専・大学部会で学習到達度試験についての説明会を開き、高専数学教員間のコミュニケーションを図る。

◎ 高専間の序列化を防ぐために、学習到達度試験では高専の順位をデータ化しない。また高専から問い合わせがあっても、その種のデータについて機構は答えない。

◎ 高専３年までの標準的な学習範囲を 10 領域に分け、各高専は６領域以上自由に選択して受験することができるとする。これにより順位の比較はある程度防げると考えた。

3.2 第１回学習到達度試験について

平成 18 年１月 11 日に第１回学習到達度試験（数学）が実施され、全国立高専の３年生約１万人が受験した。試験時間は 90 分。学習領域は次の 10 領域であり、対象とする学習事項を事前に明示し公表した。

領域１：数と式の計算　　領域２：方程式とグラフ　　領域３：関数とグラフ
領域４：場合の数と数列　領域５：平面ベクトルの性質　領域６：微分積分の計算
領域７：微分積分の応用　領域８：空間ベクトル、行列の計算
領域９：行列の固有値と行列式　　領域 10：２変数関数の微分・積分

各領域においては「基礎知識を問う問題」、「計算力を見る問題」、「思考力を見る問題」の３種類・４題を原則として出題することとし、各領域を 50 点満点とした。

3.3 問題の内容

高専では、各学期に学習した範囲の定期試験を行い、その積み重ねで成績がつけられている。そのため既習事項の復習や統合した問題を解く機会はほとんどないのが実情である。どの高専においても３年次までに基礎的な一般数学を学習し、４年次以降では各専門学科を考慮した応用数学を学習するのが一般的である。そのような状況から、３年次を終了する段階でそれまでに学習した数学を総復習する機会をもつことは、４年次以降の応用数学や専門科目を学習する上で大変効果的なことと考えられる。この学習到達度試験をきっかけに、高専生に学習事項を総復習させる機会を持たせたいというのが我々問題作成委員の本意である。したがって学習到達度試験では基礎的な問題の出題が望ましいと考えた。

出題にあたっては、「単なるなる計算で解かせるものだけでなく、教科書をしっかり読ませるような方向に学生を刺激したい」を基本方針とした。すなわち、

① 定義や基本性質や意味を十分に理解しているか
② 公式を使えるか
③ 基本的な計算力を身につけているか

を見る問題を出題するようにした。

一領域あたり 10 分程度の問題量であるから、複雑な計算問題を出すわけにはいかない。また、時間をかけてじっくり考えるような種類の思考力の問題を出題するわけにもいかないと考える。以下にいくつかの出題例を示す。

例１　領域１：数と式の計算（基礎知識）

学生が間違いやすいものを並べ、どれがこの中で正しいかを問う問題。

3 次の①から⑦の等式のうち，正しい式を２つ選び，その番号を解答欄ア，イに一つずつマークせよ（順不同）．($5 \times 2 = 10$ 点)

① $\sqrt{a^2+1} = a+1$

② $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}} = 1 + \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

③ $\dfrac{a^6}{a^2} = a^3$

④ $(a^r)^s = a^{rs}$

⑤ $\left(3+\sqrt{2}\right)^2 = 11$

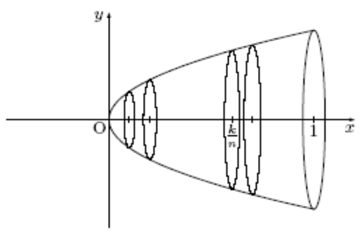
⑥ $\sqrt{4} = \pm 2$

⑦ $\sqrt{-2}\sqrt{-3} = -\sqrt{6}$

例２　領域７：微分積分の応用（思考力）

次の回転体の問題では、「回転体の体積を求めよ」とするのが普通であるが、微積分の基本として区分求積法の考え方をしっかり身につけさせたいと考え、回転軸に垂直な平面で切った断面積およびそれらの総和はいくらか、という形式の問題にした。

4 曲線 $y = \sqrt{x}$ ($0 \leqq x \leqq 1$) を x 軸の周りに１回転させて回転体を作る．区間 $[0, 1]$ を n 等分した分点を $0 = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = 1$ とする．各分点 $x_k = \dfrac{k}{n}$ ($k = 1, 2, \cdots, n$) を通り，x 軸に垂直な平面 α_k でこの回転体を切って，厚さ $\dfrac{1}{n}$ の n 個の小片に分け，α_k による断面積を S_k とする．このとき，次の各問いに答えよ．($5 \times 2 = 10$ 点)



(1) S_k の値を次の①から⑥の中から一つ選び，その番号を解答欄にマークせよ．

① $\pi\sqrt{\dfrac{k}{n}}$　② $\pi\left(\dfrac{k}{n}\right)$　③ $\pi\left(\dfrac{k}{n}\right)^2$

④ $2\pi\sqrt{\dfrac{k}{n}}$　⑤ $3\pi\sqrt{\dfrac{k}{n}}$　⑥ $4\pi\sqrt{\dfrac{k}{n}}$

(2) この小片の体積は $\dfrac{1}{n}S_k$ で近似される．このことから，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}S_k = \square$ となる．$\square$に当てはまるものを次の①から⓪の中から一つ選び，その番号を解答欄にマークせよ．

① $\dfrac{\pi}{6}$　② $\dfrac{\pi}{5}$　③ $\dfrac{\pi}{4}$　④ $\dfrac{\pi}{3}$　⑤ $\dfrac{\pi}{2}$　⑥ π

⑦ 2π　⑧ 3π　⑨ $\pi\dfrac{k}{n-1}$　⓪ $\pi\left(\dfrac{k}{n+1}\right)^2$

例３　領域 10：２変数関数の微分・積分（思考力）

$\boxed{2}$ 次の各問いに答えよ．($5 \times 2 = 10$ 点)

(1) $z = f(x, y)$，$x = x(u, v)$，$y = y(u, v)$ のとき，偏導関数 $\dfrac{\partial z}{\partial u}$ を計算する式を，次の①から⑥の中から一つ選び，その番号を解答欄にマークせよ．

① $\dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial u}$　② $\dfrac{\partial z}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial u}$　③ $\dfrac{\partial z}{\partial v}\dfrac{\partial v}{\partial u}$　④ $\dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial u} + \dfrac{\partial z}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial u}$

⑤ $\dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial v} + \dfrac{\partial z}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial v}$　⑥ $\dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial u} + \dfrac{\partial z}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial u} + \dfrac{\partial z}{\partial v}\dfrac{\partial v}{\partial u}$

(2) $D : x^2 + y^2 \leqq a^2$ とするとき，$\displaystyle\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}\,dx\,dy$ は何を意味しているか．次の①から⑥の中から一つ選び，その番号を解答欄にマークせよ．

① 半径 a，高さ a の円柱の体積　② 半径 a の円の円周の長さ

③ 半径 a の球の体積　④ 半径 a の球の表面積

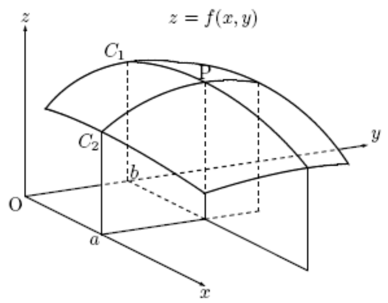
⑤ 半径 a の半球の体積　⑥ 半径 a の半球の表面積

$\boxed{2}$ の (2) も、重積分の問題であるが、「計算せよ」ではなく、その図形的な意味を問うものとした。

例４　領域 10：２変数関数の微分・積分（基礎知識）

$\boxed{3}$ 次の文章の $\boxed{\ \text{ア}\ }$ 及び $\boxed{\ \text{イ}\ }$ に当てはまるものを，下の①～⑨のうちから一つずつ選び，その番号を解答欄にマークせよ。($5 \times 2 = 10$ 点)

関数 $z = f(x, y)$ は xy 平面上の領域 D で，x についても y についても偏微分可能であるとする。いま，D 上の点 (a, b) をとり，曲面 $z = f(x, y)$ 上の点を $\mathrm{P}(a, b, f(a, b))$ とし，さらに，平面 $y = b$ 及び，$x = a$ とこの曲面が交わってできる曲線をそれぞれ C_1，C_2 とする。このとき，点 (a, b) における $z = f(x, y)$ の偏微分係数 $f_x(a, b)$ の定義は $\boxed{\ \text{ア}\ }$ であり，それは $\boxed{\ \text{イ}\ }$ を表す.



① $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h, b) - f(a, b)}{h}$　② $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{f(a, b+h) - f(a, b)}{h}$

③ $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h, b+h) - f(a, b)}{h}$　④ $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h, b+h) - f(a+h, b)}{h}$

⑤ P における $z = f(x, y)$ の接平面　⑥ P における C_1 の接線

⑦ P における C_1 の接線の傾き　⑧ P における C_2 の接線

⑨ P における C_2 の接線の傾き

この問題も、偏微分係数の定義とその図形的な意味を問うものである。

例５　領域９：行列の固有値と行列式（基礎知識）

$\boxed{3}$　A, B を n 次の正方行列とし，A の行列式を $|A|$ で表すとする．行列式についての次の①から⑥の記述のうち，**誤っているものを２つ選び**，その番号を解答欄ア，イに一つずつマークせよ（順不同）．ただし，行列は全て２次以上とし，k は任意の数とする．($5 \times 2 = 10$ 点)

① $|AB| = |A||B|$ である．

② 行列式のひとつの行の各成分を全て k 倍すると，行列式の値は k 倍になる．

③ 行列式の全ての成分を k 倍すると，行列式の値は k 倍になる．

④ 行列式の２つの行を交換すると行列式の値は (-1) 倍になる．

⑤ $|A+B| = |A| + |B|$ が必ず成り立つ．

⑥ 行列式の行と列を入れ替えても（転置しても），行列式の値は変わらない．

この問題は、行列式の基本性質のうち、誤ったものを選ばせる問題で、基礎知識の理解を問うものである。

3.4 試験結果

以下に、学習領域別の全国平均点と正答・誤答・無答率を挙げる。

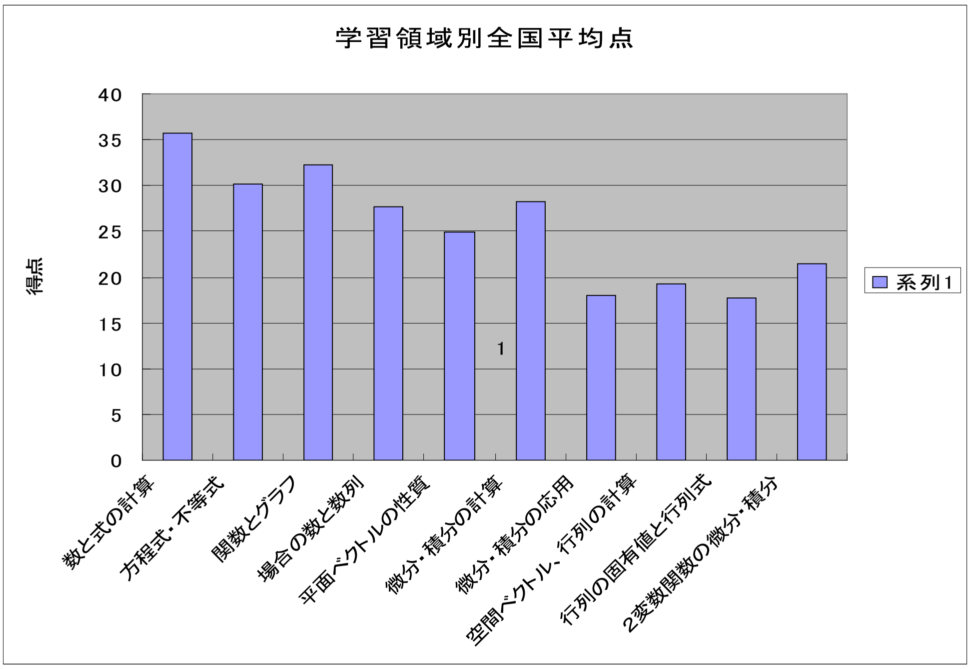


図 10：学習領域別の全国平均点

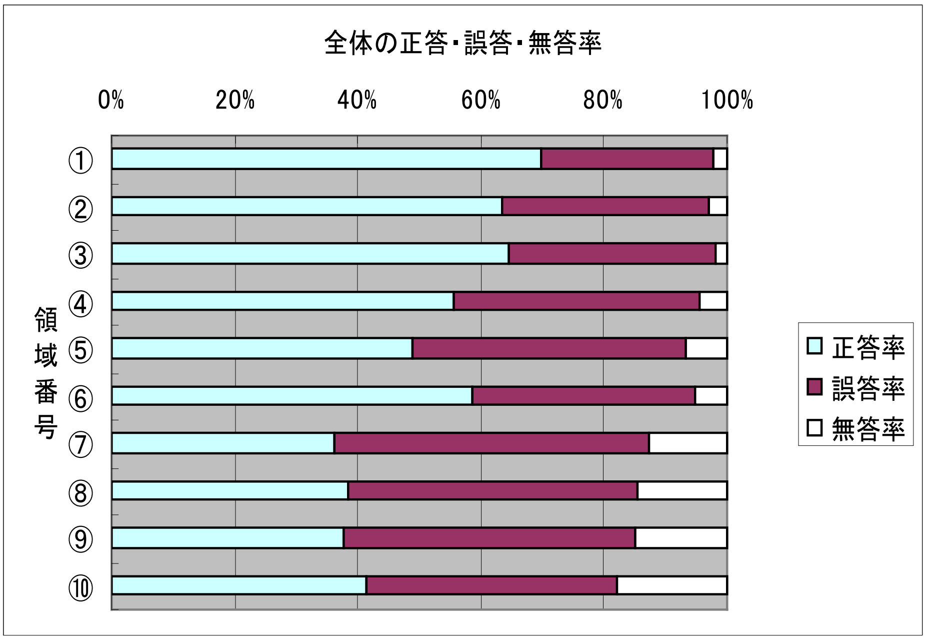


図 11：学習領域別の正答・誤答・無答率

図 10、図 11 より、基礎的な計算に関する領域は良くできているが、ベクトルや行列、図形の応用などがあまり良くない。基礎的な計算はいろいろな場面で使用することが多く、定着しているのに対し、ベクトルや行列は、学習後にあまり使う機会がないためと思われる。これらの学習内容の定着を図るには、いろいろな場面でできるだけ使う機会を設けたり、見せたりするようにすること、特に専門学科での使用例などを紹介することが大事と思われる。

４．学習到達度試験と今後の課題

4.1 自学自習のための手引書の必要性

この学習到達度試験について、実施前には高専の序列化や教員の締め付けにつながりかねないと思われ、あまり賛成できない試験と感じていた。まだその懸念がないわけではないが、実施後の今では、この試験にむしろ次のような大きな意味を感じている。

(1) 前述のように、高専の試験は定期試験毎の範囲で行われ、それをまとめた総合的な試験をする機会がほとんどないのが実情のため、３年次までに折角学習してきたことも忘れてしまいがちになっている。この学習到達度試験が、学習事項をもう一度復習させるきっかけになる可能性があること。

(2) 出題問題を工夫することで、特に重要な学習事項は何で、どのようなことが重要なのかを、学生に理解させるきっかけになるのではないか。

ということである。

多くの高専生が卒業後技術者として活躍していくことを考えると、「使える数学」、「自分で考える数学」の修得が望ましい。そのためには、練習問題を解くだけでなく、教科書をしっかり読み自分で考える習慣が必要である。そのような観点から考えるとき、現行の

高専数学教科書はコンパクトになりすぎて、教師が学生に教えるのに使うには良いが、学生が自分で読むには向いていないように思われる。教科書が自学用として相応しくないのに、自学自習を薦めるのは教員として無責任である。そこで学生にとっては現行の教科書をフォローし、学生が自分で本を読み考えることができるような、「学習の手引き」が必要ではないかと考える。それは各学習領域での学習の目標をつかみ、何が重要で、何をどこまでやればいいか、また、そのことと関連する他の数学の事柄や専門科目の事例にはどんなものがあるのか、その事柄の現れた背景や歴史等について触れ、学生の思考の広がりや興味を深めることに役立つような手引き書である。このような手引書によって、学生自身が自分に合った学習方法を見つけることができ、また、学習内容も専門科目との連携が図りやすくなると考える。

4.2 高専数学の望ましい内容と教育方法の検討について

今回、問題作成にあたり各高専に対して事前調査を行ったが、学習状況に学校間で大きなバラツキがあることが分かった。 このバラツキの原因が、良い意味の個性化なら良いが、どうもそうとは考えにくい。バラツキの原因として、「入学生の学力が下がっていることによる進度の遅れ」、「積み残しの増加」、「留年者数を少なくせよという（校長の）指令のもとに、内容を易しくしたり、学習内容自体を少なくしたりする」ことが考えられる。さらに、学校によっては専門教員が数学の授業を担当する場合もあり、「自分の教えられるところだけ深く教えて、他は簡単に済ませる」ことや、「専門学科ではこんな（難しい）数学は使わないからやらなくて良い」などということも聞く。

このような状況は、やはり高専の数学教育として良くないのではないか。高専には指導要領のようなものはなく、高専設立 10 年後位の時に、高専用数学の教科書が初めて作られた。そのときに検討された数学の内容が原型となって今日に至っている。現在はいくつかの出版社が教科書を出版し、各高専はそれらを用いて授業を行っている。極論すれば、教科書会社の編集部（委員会）が定めた指導要領で授業を行っている、とも言える。

高専の設立から 40 年以上が過ぎ、高専を取り巻く教育環境が大きく変化し、当初の内容のままで良いのだろうか。今、現場の多くの高専の数学教員が協力しあって、「高専数学に何が必要で、どんなことを、どの時期に、どのように教えたらよいか」の検討を始める時期に来ていると思う。

そのような高専数学の標準的なスタンダードについて討論と検討を行い、その結果を学習到達度試験に反映させていくことが必要であると考える。この趣旨に賛同し協力を表明されている高専教員が既に 17 名あり、平成 20 年 3 月末頃からこの検討委員会を立ち上げて行く予定である。

５．おわりに

学習到達度試験の今後の課題として、

(1)各学習領域における出題事項とねらいの再検討

(2)微分方程式などの新しい領域の検討

(3)選択領域数と試験時間の問題

(4)解答し易いマークシート方式の検討

(5)出題傾向の継続性
を考えている。

機構の中期計画に沿ったこの学習到達度試験は、当分の間継続され実施されていく。発案者が機構であるこの試験も、工夫次第では学生の学習に良い刺激を与える可能性の十分あるものである。今後多くの数学教員が協力し合い、この試験を高専数学全体と関連させてとらえ検討を重ねていけば、学習到達度試験は高専数学の改善に大きな役割を果たすと考える。

[注１] 平成 12 年度国勢調査によれば、わが国の技術者 252 万人、うち高専卒業生は 30 万人で 12％を占める。また、平成 17 年の工業系新卒者技術者のうちの 12％でもある。この数値は、国立大学工学部卒業生が毎年約３万人であるのに対し、高専卒業生は毎年１万人であり、創設以来既に 40 年近くなることからも理解できる。

参考文献

［１］『高等専門学校の在り方に関する調査』、みずほ総研、H18 年 3 月
［２］ 沖津由紀、『工業高等専門学校における学業成績の類型と進路』、日本労働研究雑誌、
1997 年 5 月