2009. 9. 5. 数学教育の会

数学史の窓から ― 教室で使える話題 ⑥

デカルトによる数学の革新

東京海洋大学名誉教授・学習院大学非常勤講師

中　村　　滋

「数学史の窓から」シリーズも６回目になりました。今回はデカルトを取り上げます。私の高校時代に次のエンゲルスの言葉を聞いて以来、「デカルトによる変量の導入」はずっと気になっていたのです。

> 数学における転回点は、デカルトの変量であった。これによって、運動が，また従って弁証法が、数学に導入された。そのおかげで、微分的な方法と積分的な方法とが必然的なものとなった。微分法や積分法はすぐに相次いで発生し、ニュートンとライプニッツによってほぼ完成されたのであって、彼らの手で発見されたのではない。（エンゲルス著『自然弁証法』）

なかなかゆっくり考える機会を作れなかったのですが、学習院大学における「歴史の中の数学」の講義の中でデカルトを取り上げて、彼による“変量の導入”について考えて見ました。その結果、デカルトの影響は思っていたよりもはるかに大きいことが分かりました。そこで今回数学教育の会で「デカルトによる数学の革新」というタイトルでお話しすることにしたのです。なお、若い人たちの反応の一部は拙著『微分積分学２１講』（東京図書）にも見られる通りで、私の感動をまっすぐに受け止めてくれています。

１．デカルト登場

> 数学そのものは、変量を取り扱うようになると、弁証法の領域に足を踏み入れる。そして、特徴的なことに、一人の弁証法哲学者デカルトがこの進歩を数学に導き入れたのである。(エンゲルス著『反デューリング論』)

デカルトが登場するまでの動きをざっと追っておきましょう。ちょうど、一般市民向けに作ったレジュメがあるので、そこから一部を抜粋します(中央区民カレッジ「人物像からの数学入門」①「デカルトとパスカル」、2009.6.5.)。

ルネサンス

１４世紀にイタリアで起こったルネサンス＝文芸復興運動 は、ヒューマニズムの立

場からギリシア･ローマの古典や美術様式を尊重する市民運動という形で始まり、１５世紀後半からは君主の保護の下での宮廷文化的な性格を帯びるようになります。長引くイタリア戦争による荒廃の影響と、なかんずく「ローマの略奪(1527)」によってイタリア･ルネサンスは終息に向かいますが、人間精神に宿った情熱のうねりは止むことなく、アルプスを越えて北に拡がって行きました。そしてオランダ、ドイツ、フランス、イギリスなどで、宗教色も加えた独自のルネサンス運動が展開されたのでした。時代的に重なるいわゆる大航海時代、すなわち新航路の開拓と新大陸発見の時代は、商業圏を地球規模に大きく拡大するとともに、大航海を安定的に行うための科学技術の進歩を要請するものとなりました。

学問の世界でも、中世のスコラ哲学への批判の機運が高まります。後期イタリア･ルネサンスを代表するレオナルド･ダ･ヴィンチ(1452-1519) は、「権威に頼る人は知性または精神の力を捨てて、むしろ記憶の力に頼っている」、「経験は誤ることなく、実験は偽ることがない。ただ我々の判断が誤ることがあるだけだ」、「数学的科学によって証明されないところに確実性はない」などの言葉で、ロジャー･ベーコン(13 世紀) 以来の経験主義的思想を支持して、中世の思想を鋭く批判しています。

ルネサンス時代の記号の整備

数学史の上でも時代を反映して、航海に必要な三角法と天文学、商業の規模拡大に伴い計算術（当時の言葉で“小技法(ars minora)”）、さらには代数学（“大技法(ars magna)”）の発展が見られます。そしてその中で対数が発明され、代数記号（＋、－、×、÷、＝、√ など）がゆっくりと準備されていったのでした。１５世紀の終わりに発明された印刷術は、その世紀の最後の４半世紀には数学書にも及びます。エウクレイデスの『原論』のほかに何冊もの商業算術の本が出版されました。そのうちの１冊、ドイツ人ヴィットマンの本で初めて＋ と－ が、足し算や引き算という演算記号ではなく、過不足を表す記号として印刷されました。これが演算記号として使われるのは１６世紀に入ってからです(シュライベル,1521)。根号√ もシュライベルの本の中で初めて使われました。イギリスの最初の代数学書であるリコードの『智恵の砥石』(1557)において等号＝ が初めて姿を表しました。１７世紀になって、× 記号はイギリスのオートリッドの『数学の鍵』(1631)、÷ 記号はスイスのラーンの本で初めて使われました(1659)。

１６世紀ヨーロッパ数学の画期

ルネサンスの時代は、数学においてもギリシア･ローマ数学の移入とその解釈に重点がおかれていました。１２世紀ルネサンスでアラビア世界から入ってきたギリシア･ローマの古典的著作や、アラビアやインドなどの数学はさらに翻訳活動が続けられ、印刷術の普及と共にその影響力を強めていたのです。そんな中で、１６世紀初めの３次方程式の根（解）の公式の発見は、ヨーロッパ数学が初めてギリシアやアラビアの二番煎じではない独自の歴史を刻んだ瞬間として記憶されるべきでしょう。そこには３次方程式を解く公開試合の熱狂があり、カルダノが『アルス･マグナ』で３次と４次の方程式の

根の公式を公にすると、「誰にも口外しないと約束したから３次方程式の根の公式を教えたのに」、とタルターリアが抗議をして泥沼の争いが勃発し、･･･と、お話としては面白い話題がたくさんあります。このカルダノは確かに天才ではありましたが、専門の賭博師であり、医者であり、占星術、物理学、哲学などの著作もして名声を博しています。しかし１９世紀のある精神病理学者からは「狂天才」のレッテルを貼られてしまいました。歴史上の数学者のうちでも最も信用できない虚言家と言われています。

記号代数学

　このようなダイナミックな数学史の流れの中で、実にゆっくりと演算記号が整備されていきましたが、「記号代数学」と呼ばれるためにはそれだけでは決定的に不足していました。未知数と既知数とが記号化されて初めて代数関係が数式で表されるからです。このうち、未知数についてはずいぶん早くから省略形、または一つの記号で表されることがありました。紀元３世紀、ディオパントスの『算術』において早くも未知数とそのべき乗を頭文字で表していました。しかし、既知の定数までも一つの文字で表すということは、１６世紀の終わりになって、ヴィエトが初めて行ったことでした。彼は未知数をＡやＥ,Ｉなどの母音で、既知定数をＢ,Ｄ,Ｆなどの子音で表すという画期的なアイディアを導入したのです。

SI A quad. + B 2 in A, æquetur Z plano. A + B eſto E. Igitur E quad., æquabitur Z plano + B quad.

Conſectarium.

Itaque, $\sqrt{\text{Z plani} + \text{B quad.}}$ − B fit A, de qua primum quærebatur.

Itaque ſi A cubus — B plano 3 in A, æquetur Z ſolido 2.

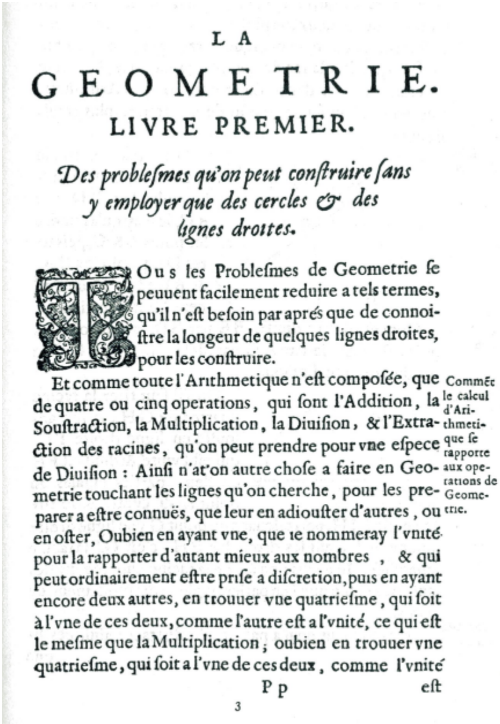
$\sqrt{\text{C. Z ſolidi} + \sqrt{\text{Z ſolido-ſolidi} - \text{B plano-plano-plano}}} + \sqrt{\text{C. Z ſolidi} - \sqrt{\text{Z ſolido-ſolidi} - \text{B plano-plano-plano.}}}$ Eſt A de qua quæritur.

ヴィエトの記号法による２次及び３次方程式の根（解）の公式

そのために記号代数学の祖と呼ばれることがありますが、私はまだ本当の記号代数になっていないと思います。でも記号代数学に向かって大きな一歩を踏み出したのは事実です。そしてそれを完成したのがデカルトだったのです。

デカルト登場

　１６３７年にデカルトは、「我思う、ゆえに我あり」で有名な『方法序説』を出版します。これは近世合理主義哲学の基礎を築いたとされるエポック･メーキングな書物でしたが、序説はあくまでも序説であって、その後に大部の科学論考が３つ付いている大著でした。全体で５００ページを超える大著の最初の７８ページが哲学の歴史を変えたのです。３つの科学論考は試論と呼ばれ、『光学』『気象学』『幾何学』から成っていました。このうちの『幾何学』が数学の歴史を変えることになるのです。これは座標を使って幾何学の問題を代数的に解く「解析幾何学」を創始したと評される重要な歴史的な書物ですが、実はその中身　を見るともっとずっと重要なことがあります。



LA

GEOMETRIE.

LIVRE PREMIER.

Des problesmes qu'on peut construire sans y employer que des cercles & des lignes droites.

TOus les Problesmes de Geometrie se peuuent facilement reduire a tels termes, qu'il n'est besoin par aprés que de connoistre la longeur de quelques lignes droites, pour les construire.

Et comme toute l'Arithmetique n'est composée, que de quatre ou cinq operations, qui sont l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, la Diuision, & l'Extraction des racines, qu'on peut prendre pour vne espece de Diuision : Ainsi n'at'on autre chose a faire en Geometrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les preparer a estre connuës, que leur en adiouster d'autres, ou en oster, Oubien en ayant vne, que ie nommeray l'vnité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, & qui peut ordinairement estre prise a discretion, puis en ayant encore deux autres, en trouuer vne quatriesme, qui soit à l'vne de ces deux, comme l'autre est a l'vnité, ce qui est le mesme que la Multiplication ; oubien en trouuer vne quatriesme, qui soit a l'vne de ces deux, comme l'vnité

Commẽt le calcul d'Arithmetique se rapporte aux operations de Geometrie.

Pp est

3

デカルト『幾何学』第１巻の最初のページ

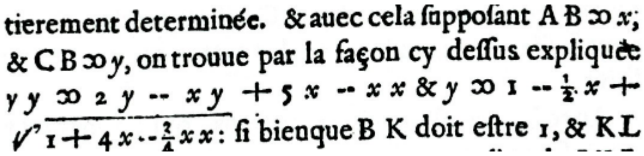
記号代数学の完成

一つは、記号代数学を完成したことです。前世紀末のヴィエトの画期的なアイディアをうけてそれをさらに徹底し、既知の定数を、ａ,ｂ,ｃ,ｄ,･･･ などアルファベットの初めの方で、未知数をｘ,ｙ,ｚ,･･･ などアルファベットの後の方で表すことにしました。これだけではただ使った文字が変わっただけですが､デカルトは古代ギリシア以来の重い伝統だった「次元へのこだわり」を取っ払ってしまったのです。これはどういうことかと言うと、長さという量を２つ掛け合わせると面積になり、３つ掛け合わせれば体積になりますが、面積と長さを加えたり、面積と体積を加えたりすることは意味がないものとして、固く禁じられていたのです。この次元合わせのために次元の低い方に定数を掛ける必要がありましたし、長さを４つ以上掛ける意味もなかったのです。デカルトは巻頭で「幾何学のすべての問題は、作図するために必要ないくつかの直線の長さを知りさえすればよいということに容易に還元することが出来る」と宣言した後で、加減乗除および累乗根の作図法を述べています。そして単位（１）を導入して、何次の式でも直線上の長さとして表されるとしたのです。これによって古代ギリシアの束縛から離れることが出来ました。これこそ近世数学の離陸の瞬間といえるでしょう。デカルトによって可能になった表現法を使うと、古代ギリシアでは、$x^2 = ax + b^2$ のように次元を揃えなければいけなかったものが、今度は、$x^3 + bx = ax^2 + c$ などと書くことも可能になったのです。なお、ここで出てきたx^3 やb^2 などの表記法もデカルトの創意です。等号だけ ＝ ではない特別の記号を使ったのを除けば、今とほとんど同じ感覚

で読むことが出来ます。これが記号代数学を完成させたという意味です。

変量の導入

もう一つ重要なことは、この融通自在の数式表現法完成と密接に関連しています。どんな曲線も式で表すことができ、その式を分析することで曲線のすべての性質は明らかにできる、とした彼は、いくつもの曲線を取り上げて分析をしています。例えば、デカルトは式 $y^2=2y-xy+5x-x^2$ から直ちに、$y=1-x/2+\sqrt{(1+4x-(3/4)x^2)}$ を導いています。これは楕円を表していますが、ｘの値を決めればｙの値が決まることは明らかですね。曲線 $y^2=2y-xy+5x-x^2$ のような表記法が可


tierement determinée. & auec cela ſuppoſant A B ∞ x;
& C B ∞ y, on trouue par la façon cy deſſus expliquee
yy ∞ 2y -- xy + 5x -- xx & y ∞ 1 -- ½x +
√ 1 + 4x -- ¾xx: ſi bienque B K doit eſtre 1, & KL

デカルト『幾何学』より式 $y^2=2y-xy+5x-x^2$ の部分

能なのは、ｘが色々な値をとると、それに対応してこの式を満たすようなｙの値が決まるからです。こうしてこの軽やかな記号法によって「変量（変数）」(quantitès indeterminèes & inconnuës，不定かつ未知の量) の考え方が初めて可能になったのです。これがデカルトによる変量の導入です。

最新数学の普及

デカルトによるこれらの「革命」の意義をはっきりと認識し、フランス語で書かれた原書を当時の学問の共通語であるラテン語に訳したのは、オランダにいたデカルトの弟子スホーテンです。注釈や解説をつけて１６４９年にラテン語訳第１版を出版し、さらに自分で書いた解説的な著書や他の人の論文などを加えて、翻訳の第２版を１６５９年と６１年に２巻本として出版しました。第２巻の巻頭にはスホーテンのライデン大学での講義録『普遍数学の諸原理 ― ルネ・デカルト幾何学の方法への序説』が収められていて、これが新数学への良い手引きになったのです。若き日のニュートンもライプニッツも『幾何学』だけではなく、これを読んでデカルトの記号法や考え方をマスターしたのでした。

(以上、中央区民カレッジのレジュメより)

２．デカルトによる革命

もしも私が他の人よりも遠くまで見ることが出来たとすれば、それは単に私が巨人たちの肩の上に立っていたからなのです。(ニュートンのフック宛の返信 (1676.2)の一節)

巨人たちの肩の上

１６７５年に王立協会でニュートン・リングに関するニュートンの論文が読まれた後でフックはニュートンに手紙を送り、光学上の意見を述べるとともに、間に人を介さずに直接文通することを提案しました。その返信の中でニュートンは、「デカルトの業績は大きな一歩です。あなた自身、様々な方法で、･･･、そこに多くのものを付け加えられました。」と書いた後、とても有名な上記の言葉を書いたのです。いつものニュートンらしくもなく、極めて謙遜なこの言葉は、直接にはデカルトとフックの光学上の業績を頭において書かれたものです。でも力学に例をとっても、慣性の法則を最初にきちんと捉えたのはガリレオ・ガリレイではなくデカルトでした。だからニュートンの言う「巨人」としては、真っ先にデカルトを考えるべきなのでしょう。ニュートンの言う巨人とは、８－９割方デカルトをさすと言い切る著者もいるほどです。

数学上の偉業

しかし、先駆者デカルトのこれら自然科学における偉業よりも、はるかに大きな仕事が、数学という世界でデカルトによってなされました。それが、記号代数学の完成であり、それによって可能になった変量の導入でした。それを少し詳しくお話しします。彼が始めたことをまとめると、次のようになります。

（１）未知数をx，y，z，･･･ などで表し、既知数をa，b，c，･･･ などで表す。これはヴィエトが導入したアイディアを引き継いで完成させたものでした。

（２）a^2，b^3，cx^4，などのべき乗の書き方を工夫したのも彼でした。（１）とあわせて、記号代数学をほぼ完成させたと言ってよい仕事です。

（３）そして、以上のことよりも大きいのは、何次の式でも線分の長さで表せるとして、古代ギリシア以来の「次元の束縛」を脱したことです。これによって初めて、現在学校教育でも普通になっている　$y=ax^2+bx+c$　のような表記が可能になりました。一つの文字は何らかの長さを表す、とした無言の束縛の影響は大きくて、面積と体積を加えたり、そこから長さを引いたり、というようなことは古代ギリシア以来、意味のないことになっていたのでした。しかし、今から４０００年近く昔の古代バビロニアでは、次のような問題が普通に解かれていました。

私が面積の中から私の正方形の１辺を引いたら８７０であった。(BM13901№2)

正方形の面積から１辺の長さの４倍が引かれて７８０。１辺の長さは？(TMS 6)

このように、昔は自然に面積から長さを引いて２次方程式を解いていたのです。「次元の束縛」は厳密すぎる古代ギリシアで生まれたもので、ある意味では、数学のその後の自然な発展を阻害するものだったとも言えるのです。

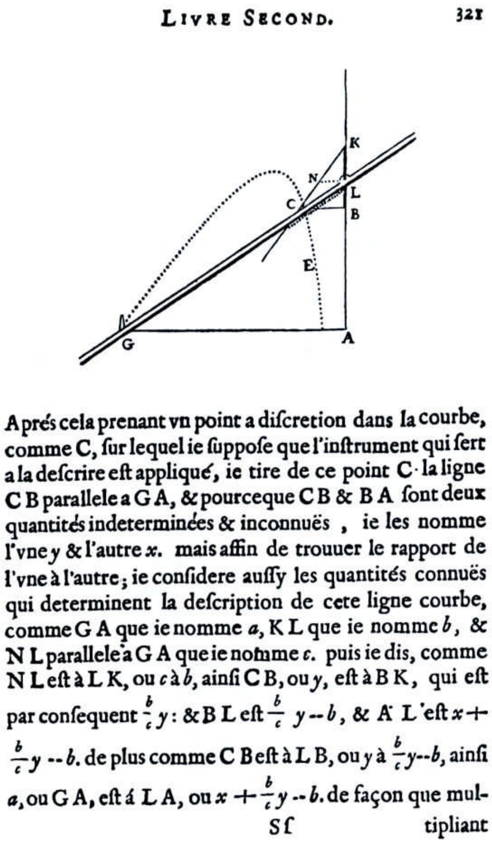
以上をまとめると、彼の工夫によって初めてデカルトの正葉曲線　$x^3+y^3=3xy$　などを論じることが出来るようになったことが分かります。

変量の導入

そしてこの軽やかで万能な記号法は、数学の世界にもう一つの大きな変革をもたらします。それが変量の導入です。

（4）最初に引用したように「どんな曲線も式で表すことができ、その式を分析することで曲線のすべての性質は明らかにできる」とした上で具体的な曲線、例えば楕円 $y^2=2y-xy+5x-x^2$ から $y=1-x/2+\sqrt{(1+4x-(3/4)x^2)}$ を導きます。こう書けば明らかにｘの値を決めるとｙの値が決まることが分かります。そこで、任意のｘに対して $y^2=2y-xy+5x-x^2$ を満たすｙを求めて、点（ｘ，ｙ）を全部集めると、楕円になるのです。ｘが色々な値をとると、それに対応してこの式を満たすようなｙの値が決まるからです。「こうしてこの軽やかな記号法によって**変量（変数）**（quantitès indeterminèes & inconnuës, 不定かつ未知の量）の考え方が初めて可能になったのです。」

その後の数学の発展を考えるとき、この一歩は実に大きな一歩でした。数学史上の一つのエポックですが、その重要性のわりに正面から論じられることの少ないのは不思議です。今日のタイトルを、デカルトによる数学の革新、とした理由です。その重要性に気付いたスホーテンのような人たちは、この新しい記号法について大学で講義をし、本


LIVRE SECOND. 321

Aprés cela prenant vn point a diſcretion dans la courbe, comme C, ſur lequel ie ſuppoſe que l'inſtrument qui ſert a la deſcrire eſt appliqué, ie tire de ce point C la ligne C B parallele a G A, & pourceque C B & B A ſont deux quantités indeterminées & inconnuës, ie les nomme l'vne *y* & l'autre *x*. mais affin de trouuer le rapport de l'vne à l'autre; ie conſidere auſſy les quantités connuës qui determinent la deſcription de cete ligne courbe, comme G A que ie nomme *a*, K L que ie nomme *b*, & N L parallele a G A que ie nomme *c*. puis ie dis, comme N L eſt à L K, ou *c* à *b*, ainſi C B, ou *y*, eſt à B K, qui eſt par conſequent $\frac{b}{c}y$: & B L eſt $\frac{b}{c}y - b$, & A L eſt $x + \frac{b}{c}y - b$. de plus comme C B eſt à L B, ou *y* à $\frac{b}{c}y - b$, ainſi *a*, ou G A, eſt á L A, ou $x + \frac{b}{c}y - b$. de façon que mul-
Sf tipliant

デカルト『幾何学』第２巻より“変量”導入の部分

を出版し、さらにデカルトの『幾何学』を当時の学問の共通語であるラテン語に翻訳し、多くの解説や講義録をつけて出版したのでした。

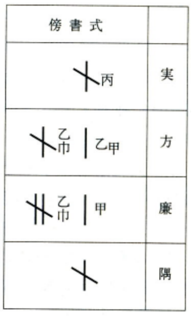
新世代による受容

デカルトの次の世代の数学者たちは、この画期的な記号法を急速に吸収し、自由自在に使いこなし始めました。若き日のニュートンもライプニッツも、スホーテンによる『幾何学』ラテン語訳（第２版、１６５９/６１）とその解説論文を読んで最新の数学をマスターしたのです。ライプニッツは上記（４）の中に含まれているけれども、はっきりとは書かれていなかったｘとｙの対応関係に気付き、関数概念を functio というラテン語で表しました。ですから、新世代による受容と言っても、単なる受容を超えて、新たな発展をも意味していました。現代の数学にまで使われている便利な記号法は、若い世代によってその威力を存分に発揮し始めたのです。

微分積分学の構築へ

そして、ケプラー、カヴァリエーリ、トリチェリ、バロー、フェルマー、パスカルなどの天才たちによる、１７世紀の初めから続いていた微分積分学形成への胎動は、デカルトが切り開いたこの新しい数学をマスターした２人の天才、ニュートンとライプニッツによってついに一つのアルゴリズムへと結晶していくのです。このときの微分積分学を作り上げるダイナミックな動きを追ってみると、ギリシア数学の幾何学的な厳密さにこだわったトリチェリやバローは、実質的に「微分積分学の基本定理」に気付きながら、それをアルゴリズムとすることが出来なかったことが分かります。「微分積分学」≒「無限小解析」は「無限小幾何学」 からではなく、「無限小代数」から生まれ出る運命にあったのです。こんなところからも、デカルトによる数学の革新の意義の大きさが分かります。

なお参考までに、日本の和算の記号について一言述べておきましょう。ニュートン、ライプニッツと同時代の天才関孝和は、傍書法と呼ばれる記法を考案して高次方程式を解きましたが、算木式に数を書いた脇に係数などを書く方法にはやはり限界がありました。次の図は、$-c+(ab-c^2)x+(a-2b^2)x^2-x^3=0$ を表していますが、これでは、工夫を重ねて高次方程式を解くのが精一杯ですね。関孝和に関数概念の萌芽が見られるといっても、これでは関数概念が発達しなかったのも当然だと思えます。



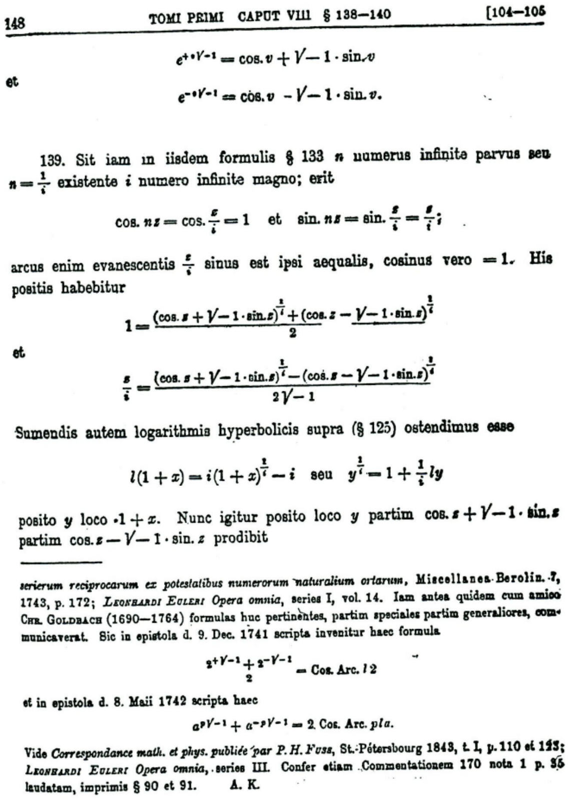
$-c+(ab-c^2)x+(a-2b^2)x^2-x^3=0$ を表す図（平山諦著『和算の歴史』より）

デカルト革命の完成

現在の数学に直結している記号法の基礎を作り上げたデカルトは、１６５０年に極寒の地スウェーデンで生涯を終えますが、その影響は死の直後からじわじわと浸透し、数学の書き表し方をまるで変革してしまいました。しかも、単に書き方を変えただけではなく、数学そのもののあり方を大きく変えるものになったのでした。なぜなら、それは「変数」概念を可能にし、それによって変数の間の対応関係を「関数」として捉え、表現することを可能とし、そして現在の数学の脊柱と言っても良い「関数」登場の素地を作ったからです。

実際に「関数」概念を数学の中心に据えたのは、およそ１００年後のオイラーでした。１７４８年に出版された『無限解析入門』は、変数、関数の定義から始めて、三角関数や指数関数を含む多くの関数を導入し、有名なオイラーの公式や、偶数の自然数に対するゼータ関数の値などを紹介した名著です。関数記号なども含めて、「デカルト革命」はここに完成したといって良いでしょう。最後にこの本の、オイラーの公式を書いたページを見ていただきましょう。√－１ はもちろん虚数単位です。

今日のお話はここまでです。皆様、どうもお疲れさまでした。


148 TOMI PRIMI CAPUT VIII § 138—140 [104—105

$$e^{+v\sqrt{-1}} = \cos.v + \sqrt{-1}\cdot\sin.v$$

et

$$e^{-v\sqrt{-1}} = \cos.v - \sqrt{-1}\cdot\sin.v.$$

139. Sit iam in iisdem formulis § 133 n numerus infinite parvus seu $n = \frac{1}{i}$ existente i numero infinite magno; erit

$$\cos.nz = \cos.\frac{z}{i} = 1 \quad \text{et} \quad \sin.nz = \sin.\frac{z}{i} = \frac{z}{i};$$

arcus enim evanescentis $\frac{z}{i}$ sinus est ipsi aequalis, cosinus vero $= 1$. His positis habebitur

$$1 = \frac{(\cos.z + \sqrt{-1}\cdot\sin.z)^{\frac{1}{i}} + (\cos.z - \sqrt{-1}\cdot\sin.z)^{\frac{1}{i}}}{2}$$

et

$$\frac{z}{i} = \frac{(\cos.z + \sqrt{-1}\cdot\sin.z)^{\frac{1}{i}} - (\cos.z - \sqrt{-1}\cdot\sin.z)^{\frac{1}{i}}}{2\sqrt{-1}}$$

Sumendis autem logarithmis hyperbolicis supra (§ 125) ostendimus esse

$$l(1+x) = i(1+x)^{\frac{1}{i}} - i \quad \text{seu} \quad y^{\frac{1}{i}} = 1 + \frac{1}{i}ly$$

posito y loco $1+x$. Nunc igitur posito loco y partim $\cos.z + \sqrt{-1}\cdot\sin.z$ partim $\cos.z - \sqrt{-1}\cdot\sin.z$ prodibit

seriērum reciprocarum ex potestatibus numerorum naturalium ortarum, Miscellanea Berolin. 7, 1743, p. 172; *Leonhardi Euleri Opera omnia*, series I, vol. 14. Iam antea quidem cum amico Chr. Goldbach (1690—1764) formulas huc pertinentes, partim speciales partim generaliores, communicaverat. Sic in epistola d. 9. Dec. 1741 scripta invenitur haec formula

$$\frac{2^{+\sqrt{-1}} + 2^{-\sqrt{-1}}}{2} = \text{Cos. Arc.}\, l2$$

et in epistola d. 8. Maii 1742 scripta haec

$$a^{p\sqrt{-1}} + a^{-p\sqrt{-1}} = 2\,\text{Cos. Arc.}\, pla.$$

Vide *Correspondance math. et phys. publiée par P. H. Fuss*, St.-Pétersbourg 1843, t. I, p. 110 et 123; *Leonhardi Euleri Opera omnia*, series III. Confer etiam Commentationem 170 nota 1 p. 35 laudatam, imprimis § 90 et 91. A. K.

オイラー『無限解析入門』(1748) より、オイラーの公式が書かれたページ

≪数学人物録（９）≫　　（２００６．１０．５．中央区民カレッジのために作成したもの）

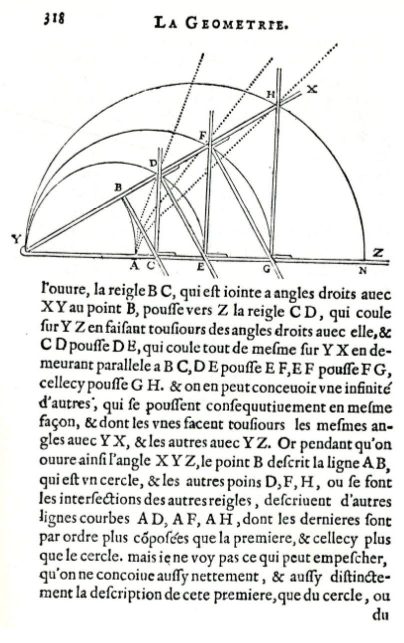
ルネ・デカルト、Renes Descartes,（１５９６－１６５０)、

Je　pense, donc, je　suis.(｢我思う､ゆえに我あり｣､ラテン訳　“Cogito ergo sum”　が有名)(『方法叙説』(1637))

余りにも有名なこのフランスの哲学者は、また極めて優れた数学者でもあり、メルセンヌ、フェルマー、パスカルたちと同じ時代を生きた。トゥレーヌ州のエリートの家に生まれ、イエズス会が創設したラ･フレーシュ学院に学んだ。そこで「哲学のいろいろな部門のうちでは論理学を､数学のうちでは幾何学者たちの解析と代数学を少しは熱心に勉強し」たと後に書いている。さらに「私はとくに数学が、その論拠の確実性と明証性のために、気に入っていました。」と述べている。その後ポアティエ大学で法学士になり、オランダで志願将校として軍隊に入った。その間、８才年上のすぐれたオランダ人自然学-数学者ベークマンに出会い、後に「あなたは(私を)怠惰から覚まし、記憶からほとんど消失していた学識を呼び起こし､真剣な仕事から漂い去っていた私の精神を向上させてくださった真実ただひとりの人」と書いたほどの学問的な衝撃を受ける。そして「連続的な（幾何学的なこと）ものであれ、離散的（代数的なこと）ものであれ、いかなる種類の量に関しても提起されたあらゆる問題が一般的に解ける､まったく新しい学問」の構築を目指すことになる。１６１９年１１月１０日の炉部屋における運命的な啓示を受けて、数学を基礎にした諸学の統一を夢み、哲学の方法と解析幾何学の着想を得た。翌年に除隊して、ヨーロッパ各地に遊学して研究と思索を重ね、１６２８年以降はオランダに隠棲して独自の哲学確立のために思索を深めた。１６３３年には宇宙論を書いたが、ガリレオの断罪を聞いて出版をあきらめた。１６３７年に主著の『方法序説』を出版する。正確にはタイトルは『理性を正しく導き諸学問において真理を求めるための話、およびこの方法の試論である光学、気象学、幾何学』と題されている。この『序説』において近世の合理主義的思考法を打ち出して近世哲学の祖と呼ばれ､また『序説』の後に付けられた試論の一つ『幾何学』において代数計算によって図形の問題を解く「解析幾何学」を創始したと言われる。現在普通に使われているｘｙ直交座標がデカルト座標とも呼ばれるので勘違いしがちだが、彼が使ったのはｘ軸が主で、ｙ軸は使わ

ないこともあり、使っても直交とは限らなかった。１６４１年『省察録』、４４年『哲学原理』、４９年『情念論』を出版した。４９年スウェーデンの若き女王クリスティーナの強い要請で氷の国に行き哲学を講じた。この勉強熱心だが忙しい女王の勉学の時間は早朝しかとれなかった。体が弱くて午前中はフトンの中で過ごすのが常だったデカルトはすぐに風邪を引き、２月に亡くなった。

デカルトの数学への貢献で最大のものは『幾何学』である。これによって図形の関係を数の関係に直し、また逆に代数的な関係を幾何学的に解釈しなおして、幾何学と代数学を自由に行き来して問題を鮮やかに解いた。記号代数をほぼ完成させたので、等号が現在の物と違っているくらいで、とても読みやすい。そして古代ギリシア数学の制約を大きく超えたのが、単位を導入してすべての量を線分の長さで表すという卓見であった。a^2、a^3、などの書き方もデカルトが始めた。古代ギリシアではa^2 は正方形の面積、a^3 は立方体の体積と決まっていて、それら次元の異なるものをまぜこぜにすることなど考えられなかったが、デカルトによって何次の式でも線分で表されることになったのである。これについては、幾何学的作図において定規とコンパスしか認めなかったプラトン的な制約を取り払い、角の３等分を求めるコンパスや、同じ比例関係をいくつか重ねて求めることが出来るコンパスなどを作り、順次 a、a^2、a^3、･･･ を作

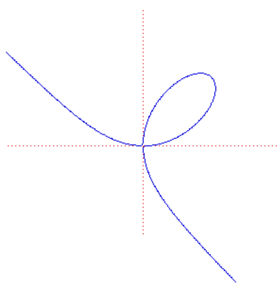

318 LA GEOMETRIE.

l'ouure, la reigle B C, qui est iointe a angles droits auec X Y au point B, pousse vers Z la reigle C D, qui coule sur Y Z en faisant tousiours des angles droits auec elle, & C D pousse D E, qui coule tout de mesme sur Y X en demeurant parallele a B C, D E pousse E F, E F pousse F G, cellecy pousse G H. & on en peut conceuoir vne infinité d'autres, qui se poussent consequutiuement en mesme façon, & dont les vnes facent tousiours les mesmes angles auec Y X, & les autres auec Y Z. Or pendant qu'on ouure ainsi l'angle X Y Z, le point B descrit la ligne A B, qui est vn cercle, & les autres poins D, F, H, ou se font les intersections des autres reigles, descriuent d'autres lignes courbes A D, A F, A H, dont les dernieres sont par ordre plus cõposées que la premiere, & cellecy plus que le cercle. mais ie ne voy pas ce qui peut empescher, qu'on ne concoiue aussy nettement, & aussy distinctement la description de cete premiere, que du cercle, ou du

デカルトの特殊なコンパス（『幾何学』にある説明）

図していたことも大きく影響しているに違いない。それともう一つ、定数をａ、ｂ、ｃなどで表し、未知数をｘ、ｙ、ｚなどで表すことにしたのも彼であった。それによって、例えば $x^3+y^3-3xy=0$ と書くと、ｘ、ｙに様々な値を代入することによって一つの曲線を表すことになる。この曲線は１６３８年８月のメルセンヌ宛ての手紙に出てくる美しい曲線で、デカルトの(正)葉曲線 (Cartesian folium) と呼ばれる。このよ

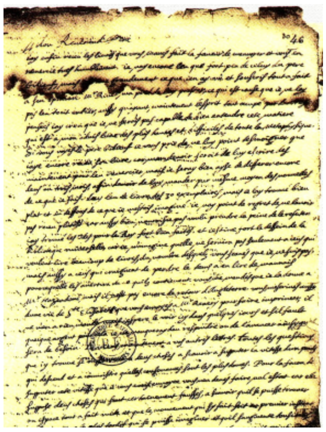
うな記号の整備によって、x や y は様々な値をとる変数、変量として捉えられることになった。これはデカルトの意図をも超えていたが、ニュートン や ライプニッツ が微分積分学を作り出す直前の時期に、



デカルトの正葉曲線 (Cartesian folium、１６３８年に発見)

微分･積分のためには絶対に必要であった「変数」が導入されたのである。歴史というのは面白いもので、天才による画期的な創案ということも、ちょうどそれが準備されたときに現れるもののようだ。これはある意味では代数学と幾何学の融合以上に重要な、数学史の一大エポックと言えよう。

さて、２０代半ばに書いたと推定され、ライプニッツが書き写した写本によってのみ伝えられる「立体の諸要素について」と題する論文がある。前半で立体角を扱い、例えば正多面体は５種類しかないことの「代数的」証明をスケッチしている。エウクレイデス『原論』の見事だけれども幾何学的な証明（XⅢ, １８）に代わる実に簡単な証明をデカルトは確かに持っていたのであろう。この後に、デカルトは「平面角」の「数は２φ＋２α－４である」（αは立体角すなわち頂点の数、φは面の数）と述べ、また別のところで、「１辺は常に２面に共通であるから」立体には「辺の２倍の平面角が存在する」と書いている。この二つをあわせると正に「オイラーの多面体定理、F－E＋V＝2」になるので、この定理はデカルトによって発見されたという著者もいる。そして二つをあわせた命題をライプニッツが書き落とした可能性を指摘するが、明らかにデカルトの興味は別のところにあったので、惜しいところでこの単純な定理を見落としたのであろう。



デカルトのメルセンヌ宛書簡(1631)