

完全数のつくる新しい世界

飯高 茂

平成 29 年 7 月 31 日

1 はじめに

完全数は2300年以上前にギリシャの数学者が考えたもので、6,28,496,8128などがその例である。本書では完全数の概念を一般化し多くの完全数を定義、導入する。そしてこれらの多様な完全数のつくる新しい世界を読者とともに探検しさらに興味ある完全数を調べ極めようといもので、世界でも例をみない試みである。

たとえば、底が3の究極の完全数では117が出てくる一方、完全数を平行移動してでてくるフェルマ完全数の最初の例は3、次は10であり簡単すぎる。劣完全数の完全数は2があるのみ。21は最初の超完全数。もっと大きな新種の完全数はたくさんある。中には高校生(高専2年生)の定義した桐山の完全数もある。たとえば $2133 = 3^3 * 79$ は底が3の桐山の完全数である。

ところで受験に役立つ数学から離れ、数学を楽しみたい読者は完全数や友愛数という不思議な数の名称に惹かれるところがあるだろう。

2014年の秋から一般市民対象の連続講義「高校生も十分わかる新しい数論研究」は神田にある書店「書泉グランデ」の7階を会場にしてはじめられた。講義のテーマとして、人気の高い完全数と完全数になるには1だけ及ばない概完全数とを選びその説明から始めた。

初回の講義の予稿には次の1文を載せた。(ここでは若干文章を整理している)

開講の辞

本日ここに集って下さった紳士淑女のみなさま、あつくお礼申し上げます。私がこの連続講義でしようとしていることは、画期的な試みです。高校数学の範囲で十分理解できるものですが、数学の長い歴史で無視されていた箇所を光をあてて展開発展させた新しい数学の研究を紹介します。受講者の皆様も数学研究に参加できます。

ここで紹介する「高校生も十分わかる新しい数論研究」は私が1年余りの努力を積み重ねて発展させてきたものですから十分練られたモノではありません。ですから証明も可能な限り詳しくいたします。

証明に欠陥があるかもしれません。またより一般的な定理に組み込まれるべき命題も数多くあるでしょう。

受講者の方々には覚悟を求めます。講師は受講者との真剣勝負をしたいと思っております。

初回の講義には30名を超える参加者があり、かろうじて丸い椅子が人数分用意されたがスペースは十分なくノートをとるのも難しそうであった。その後、平机が用意されるようになり椅子も大学の講義室なみになった。書店の努力には感謝の他ない。とくに書店の数学書の責任者:布川さんには厚くお礼申し上げる。

初回は90分の講義のあと30分を質問と討議の時間にあてた。数学ファンである参加者から「abc予想の証明は本当にできたのか」などの高度な質問が寄せられた。

大学数学科の卒業生で数学への思いを胸に秘めた方もいれば、リタイアしてから数学に取り組む心を持つ熟年世代もいる。参加者の数学上の知識や理解の深さの程度もワイドレンジである。小学1年生という若さながら熱心な参加者もいた。そこには大学のだるい講義とは異なった熱気が満ちていた。

その熱気も次第にさめてきた。しかし私は新しい数学研究を提示するという趣旨にこだわった。結果として最初の予稿は70ページになり次のは120ページを超え、書店に過度の負担を強いることになった。以後50ページをリミットとした。

本書は「数学の研究をはじめよう (I),(II),(III)」に引き続いて書かれたものであるが一般市民対象の連続講義を踏まえて書かれた最初の本になる。講義の予稿として書かれたもの、およびそのまとめとして雑誌『現代数学』に毎月連載されている「数学の研究をはじめよう」が元になっている。

前3巻は頭の中で想定した一般の数学ファンを意識しながら書いたが、本書は一般向けの数学講義が母体になっている。鋭い読者は前3巻と異なる筆致で書かれている違いを容易に指摘できるであろう。

本書を読む上で前著 (I), (II), (III) を理解していることが必要かというところでもない。原稿を用意するとき、くどいと思われてもいいと思い、必要に応じて理論の基本事項について説明を繰り返した。したがって気の向くままに読み進めることができるはずである。わからなくなったらそこを飛ばし先を読んでみるのもよいし、前に戻ってあらためて読んだりするのもよいだろう。

数学の本は苦勞して読むと、数学を考えるクセがついて歩いているときや、半分寝ているときも数学を考えるようになる。過去に理解できなかった箇所もあらためて繰り返し読むと「何だそんなことだったのか」と得心できることも多い。

本書は数学の教科書ではなく数学研究の様子を見せながら、読者を数学の研究へと誘うために書かれたものである。読者におかれては著者の意のあるところを汲んでほしい。

2017年7月30日

放送大学東京多摩学習センターにて

飯高 茂 (いいたかしげる)
HP:iitakashigeru.web.fc2.com

2 あとがき

大学の数学教授という職を定年で失ってからどのように生きるか？これは普遍性のあるテーマといってよい。私はだいぶ考えた結果放送大学のパートタイム学生(1年契約の選科生)になった。

各地区には放送大学学習センターがある。ここに毎日通学することにした。学生控え室には、給茶機、各種の新聞、数学では欠かせないソフト Tex と wxmaxima が使えるコンピュータが完備されていた。これで数学研究の場が確保できた。

最寄の東京多摩学習センターは自宅から歩いて片道70分程度なので、最初は往復歩き、通学路を毎日変え変化を楽しんで道に迷い、毎日2万歩を超えた。その結果、医者が案じたとおり足底腱膜炎になったが半年用心した結果完全に回復した。以後は用心して片道を西武線に頼ることにした。

現役のときと比べると数倍の研究時間がとれるようになった。またカルチャーセンターで大学レベルの講義をする機会が得られたがそれに加えて自分の研究成果を直接伝えることのできる連続講義のチャンスにも恵まれた。

連続講義をして、そこで話した内容を雑誌に連載し、まとまってから本にして出版するというサイクルが回りだした。実に恵まれたもので、リタイア後の生活としてこれ以上の贅沢は考えられないほどである。

ここに「数学の研究をはじめよう (IV)」を上梓することができた。著者としてこれほどうれしいことはない。これも読者に恵まれたおかげであると先回りしてお礼を言いたい。

ところで数学者 廣中平祐先生と一般財団法人の役員会(評議員会)でお会いする機会がときどきある。先生は古希を迎えた後、公務が少なくなって数学研究にさく時間が増えてきたことを大変喜ばれた。会議の開会前の雑談のとき次のような提言をされた。

体験として、70 をすぎても数学の研究はできることが分かった。
そのとき若い人と競争しないことだ。

私はこの一言にどんなにか励まされたことだろう。そして次の原則を立てた。

古希を過ぎた人の数学研究3原則:

若い人と競争しないこと。
新しいことは勉強しない。前進あるのみ。
何を言われても気にしない。