

回文数の研究 4進数の場合

三上将平

平成24年2月2日

目次

1	回文化操作とは	2
2	目的	2
3	方法	5
4	結果	7
5	考察	14
	5.1	14
	5.2	15
6	今後の課題	18
7	感想	18

1 回文化操作とは

ある自然数 A に対し、1 の位から逆に並べ替えた数を B とおく。

$A + B$ を改めて A として繰り返す。回文になると終了する。

しかし全てが回文になるとは限らない。

2 目的

4進数の中で回文化操作によって発散する例を構成し実際に発散することを証明する。
また、発散する数の相互関係を研究する。

例を2つ挙げる。(ここでは4進数で考える.)

Ex 1) 回文になる例

● $A = 10230$ (10進数で300)の場合

このとき、 $B = 03201$ となり、

$$D_1 = 10230 + 3201 = 20031.$$

さらに、 $D_2 = 20031 + 13002 = 33033$.

となり、回文となった。

Ex 2) 回文にならず発散する例

● $A = 10332$ (10進数で318)の場合

以下は回文化操作を100回行った時の結果である。

$$A=[1, 0, 3, 3, 2]$$

$$A=[1, 0, 0, 2, 3, 3]$$

$$A=[1, 0, 3, 2, 3, 0, 0]$$

$$A=[1, 1, 3, 1, 2, 0, 1]$$

$$A=[2, 2, 1, 3, 1, 1, 2]$$

$$A=[1, 0, 3, 3, 2, 3, 0, 0]$$

$$A=[1, 1, 3, 2, 2, 2, 0, 1]$$

$$A=[2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 2]$$

$$A=[1, 0, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0]$$

$$A=[1, 1, 0, 3, 1, 2, 3, 0, 1]$$

$$A=[2, 2, 0, 1, 3, 1, 3, 1, 2]$$

$$A=[1, 0, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0]$$

$$A=[1, 1, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 0, 1]$$

$$A=[2, 2, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 1, 2]$$

$$A=[1, 0, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0]$$

$$A=[1, 1, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 0, 1]$$

$$A=[2, 2, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 1, 2]$$

$$A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0]$$

$$A=[1, 1, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 0, 1]$$

$$A=[2, 2, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 1, 2]$$

$$A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0]$$

$$A=[1, 1, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 0, 1]$$

$$A=[2, 2, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 1, 2]$$

$$A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0]$$

$$A=[1, 1, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 0, 1]$$

$$A=[2, 2, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 1, 2]$$

$$A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

$$A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 0, 1]$$

A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]

```

A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
A=[2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
A=[1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
A=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]

```

3 方法

/G進数 A を M 回、回文の操作をかけたものを 1 回目から N 回目まで出力/

```

kaibun0(N,AA,G,Kaisuu):-dec10(AA,A,G),
write(a=A),put(9),

```

```
kaibun(N,A,G,Kaisuu).
```

```
/G 進数 A を M 回、回文の操作をかけたもので表示をリスト形式で出力/
```

```
kaibun(N,A,G,Kaisuu):-  
% write(N),  
reverse(A,B),  
write(A),put(9),nl,  
N1 is N+1,  
% write(a+b=A+B),  
(N>=Kaisuu ->(write(stop),nl));(  
(  
(B==A) -> put(9),write(A),put(9),write(n=N1),put(9);  
(  
    tasu(C=A+B,G), kaibun(N1,C,G,Kaisuu)  
    )  
)))  
//  
/G 進数 A,B を 10 進数に変換し足す/
```

```
tasu(C=A+B,G):-  
% write(a=A),nl,  
    bec10(Na,A,G),bec10(Nb,B,G),  
(  
(Na>=Nb)->(listsum(C=A+B,G));  
(listsum(C=B+A,G))  
).  
/I~J まで繰り返す/  
for(I=<J,I):- I=<J.  
for(I=<J,K):- I=<J,  
    I1 is I+1,    for(I1=<J,K).
```

```
/A~B まで回文の操作を 100 回行い最終的な結果を表示する/
```

```
akb(A=<B,G):-for(A=<B,C),write(C),put(9),kaibun0(1,C,G,100),nl,fail.  
akb(A=<B,G):-!.
```

4 結果

4進数の回文を研究していく中で発散する可能性のある数を1~1500(10進数表示)の範囲で見つけた。

ここで可能性のあると表現しているのは回文化操作を100回行っても回文になることがないものを抽出したためである。

表 1:

10進数表記	4進数リスト表記
290	a=[1, 0, 2, 0, 2]
318	a=[1, 0, 3, 3, 2]
378	a=[1, 1, 3, 2, 2]
381	a=[1, 1, 3, 3, 1]
438	a=[1, 2, 3, 1, 2]
444	a=[1, 2, 3, 3, 0]
462	a=[1, 3, 0, 3, 2]
498	a=[1, 3, 3, 0, 2]
501	a=[1, 3, 3, 1, 1]
504	a=[1, 3, 3, 2, 0]
510	a=[1, 3, 3, 3, 2]
545	a=[2, 0, 2, 0, 1]
567	a=[2, 0, 3, 1, 3]
573	a=[2, 0, 3, 3, 1]
627	a=[2, 1, 3, 0, 3]
633	a=[2, 1, 3, 2, 1]
636	a=[2, 1, 3, 3, 0]
639	a=[2, 1, 3, 3, 3]
693	a=[2, 2, 3, 1, 1]
696	a=[2, 2, 3, 2, 0]
699	a=[2, 2, 3, 2, 3]
717	a=[2, 3, 0, 3, 1]
719	a=[2, 3, 0, 3, 3]
732	a=[2, 3, 1, 3, 0]
751	a=[2, 3, 2, 3, 3]
753	a=[2, 3, 3, 0, 1]
756	a=[2, 3, 3, 1, 0]
759	a=[2, 3, 3, 1, 3]
765	a=[2, 3, 3, 3, 1]

775 a=[3, 0, 0, 1, 3]
795 a=[3, 0, 1, 2, 3]
799 a=[3, 0, 1, 3, 3]
800 a=[3, 0, 2, 0, 0]
822 a=[3, 0, 3, 1, 2]
823 a=[3, 0, 3, 1, 3]
828 a=[3, 0, 3, 3, 0]
835 a=[3, 1, 0, 0, 3]
847 a=[3, 1, 0, 3, 3]
859 a=[3, 1, 1, 2, 3]
882 a=[3, 1, 3, 0, 2]
883 a=[3, 1, 3, 0, 3]
888 a=[3, 1, 3, 2, 0]
894 a=[3, 1, 3, 3, 2]
895 a=[3, 1, 3, 3, 3]
915 a=[3, 2, 1, 0, 3]
919 a=[3, 2, 1, 1, 3]
927 a=[3, 2, 1, 3, 3]
948 a=[3, 2, 3, 1, 0]
954 a=[3, 2, 3, 2, 2]
967 a=[3, 3, 0, 1, 3]
972 a=[3, 3, 0, 3, 0]
974 a=[3, 3, 0, 3, 2]
979 a=[3, 3, 1, 0, 3]
987 a=[3, 3, 1, 2, 3]
1006 a=[3, 3, 2, 3, 2]
1008 a=[3, 3, 3, 0, 0]
1014 a=[3, 3, 3, 1, 2]
1015 a=[3, 3, 3, 1, 3]
1020 a=[3, 3, 3, 3, 0]
1071 a=[1, 0, 0, 2, 3, 3]
1083 a=[1, 0, 0, 3, 2, 3]
1119 a=[1, 0, 1, 1, 3, 3]
1131 a=[1, 0, 1, 2, 2, 3]
1149 a=[1, 0, 1, 3, 3, 1]
1150 a=[1, 0, 1, 3, 3, 2]
1167 a=[1, 0, 2, 0, 3, 3]
1179 a=[1, 0, 2, 1, 2, 3]
1197 a=[1, 0, 2, 2, 3, 1]
1198 a=[1, 0, 2, 2, 3, 2]
1208 a=[1, 0, 2, 3, 2, 0]
1210 a=[1, 0, 2, 3, 2, 2]
1227 a=[1, 0, 3, 0, 2, 3]

1245 a=[1, 0, 3, 1, 3, 1]
1246 a=[1, 0, 3, 1, 3, 2]
1256 a=[1, 0, 3, 2, 2, 0]
1258 a=[1, 0, 3, 2, 2, 2]
1274 a=[1, 0, 3, 3, 2, 2]
1275 a=[1, 0, 3, 3, 2, 3]
1278 a=[1, 0, 3, 3, 3, 2]
1310 a=[1, 1, 0, 1, 3, 2]
1323 a=[1, 1, 0, 2, 2, 3]
1335 a=[1, 1, 0, 3, 1, 3]
1358 a=[1, 1, 1, 0, 3, 2]
1371 a=[1, 1, 1, 1, 2, 3]
1383 a=[1, 1, 1, 2, 1, 3]
1401 a=[1, 1, 1, 3, 2, 1]
1402 a=[1, 1, 1, 3, 2, 2]
1406 a=[1, 1, 1, 3, 3, 2]
1419 a=[1, 1, 2, 0, 2, 3]
1431 a=[1, 1, 2, 1, 1, 3]
1449 a=[1, 1, 2, 2, 2, 1]
1450 a=[1, 1, 2, 2, 2, 2]
1454 a=[1, 1, 2, 2, 3, 2]
1460 a=[1, 1, 2, 3, 1, 0]
1462 a=[1, 1, 2, 3, 1, 2]
1479 a=[1, 1, 3, 0, 1, 3]
1497 a=[1, 1, 3, 1, 2, 1]
1498 a=[1, 1, 3, 1, 2, 2]

発散する可能性のある数の中で 10332(10進数の 318) について注目した。
下記は 10332 に回文操作を 1 ~100 回行った結果である。

[1, 0, 3, 3, 2]

[1, 0, 0, 2, 3, 3]

1 [1, 0, 3, 3, 2, 3, 0, 0]

3 [1, 0, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0]

5 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0]

7 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0]

9 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

11 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

13 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

15 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

17 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

19 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

21 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

23 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

25 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

27 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

29 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

31 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

2 [1, 0, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0]

4 [1, 0, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0]

6 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0]

8 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

10 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

12 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

14 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

16 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

18 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

20 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

22 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

24 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

26 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

28 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

30 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

32 [1, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

1 [1, 1, 3, 2, 2, 2, 0, 1]
 3 [1, 1, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 0, 1]
 5 [1, 1, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 0, 1]
 7 [1, 1, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 0, 1]
 9 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 11 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 13 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 15 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 17 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 19 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 21 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 23 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 25 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 27 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 29 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 31 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 33 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]

2 [1, 1, 3, 1, 2, 0, 1]
 4 [1, 1, 0, 3, 1, 2, 3, 0, 1]
 6 [1, 1, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 0, 1]
 8 [1, 1, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 0, 1]
 10 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 12 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 14 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 16 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 18 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 20 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 22 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 24 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 26 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 28 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 30 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]
 32 [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 1]

1 [2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 2]
 3 [2, 2, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 1, 2]
 5 [2, 2, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 1, 2]
 7 [2, 2, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 1, 2]
 9 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 11 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 13 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 15 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 17 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 19 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 21 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 23 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 25 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 27 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 29 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 31 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]

2 [2, 2, 1, 3, 1, 1, 2]
 4 [2, 2, 0, 1, 3, 1, 3, 1, 2]
 6 [2, 2, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 1, 2]
 8 [2, 2, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 1, 2]
 10 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 12 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 14 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 16 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 18 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 20 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 22 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 24 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 26 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 28 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 30 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]
 32 [2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2]

前ページの結果は以下の規則に従い分類されている。

A = 先頭 10 で始まり 0 で終わるグループ

B = 先頭 11 で始まり 01 で終わるグループ

C = 先頭 22 で始まり 12 で終わるグループ

[1,0,3,3,2], [1,0,0,2,3,3] を除き以上の 3 パターンに分類できることが分かった。更に各グループを奇数番目と偶数番目に分類することによって数列として扱うことができる。

つまり、

A の場合、連続する数 3 を挟む数が 10 と 3323 の場合と、10 と 323 の場合で分類する。

B の場合、連続する数 0 を挟む数が 11 と 3222 の場合と、11 と 312 の場合で分類する。

C の場合、連続する数 0 を挟む数が 22 と 2111 の場合と、22 と 131 の場合で分類する。

ということである。

以下が数列として定式化したものである。

$$A(\text{odd})(k) = 10 \ 3 \left(\frac{k-1}{2}\right) \ 3323 \ 0 \left(\frac{k-1}{2}\right) \ 00$$

$$A(\text{even})(g) = 10 \ 3 \left(\frac{g-2}{2}\right) \ 332 \ 0 \left(\frac{g-2}{2}\right) \ 00$$

$$B(\text{odd})(k) = 11 \ 0 \left(\frac{k-1}{2}\right) \ 3222 \ 3 \left(\frac{k-1}{2}\right) \ 01$$

$$B(\text{even})(g) = 11 \ 0 \left(\frac{g-2}{2}\right) \ 312 \ 3 \left(\frac{g-2}{2}\right) \ 01$$

$$C(\text{odd})(k) = 22 \ 0 \left(\frac{k-1}{2}\right) \ 2111 \ 3 \left(\frac{k-1}{2}\right) \ 12$$

$$C(\text{even})(g) = 22 \ 0 \left(\frac{g-2}{2}\right) \ 131 \ 3 \left(\frac{g-2}{2}\right) \ 12$$

* k は奇数 (1,3,5...), g は偶数 (2,4,6...) を表す。

** () 内の式は () の前の数字の個数を表す。

ex) 0 の後ろの () の中が $n = 3$ のとき

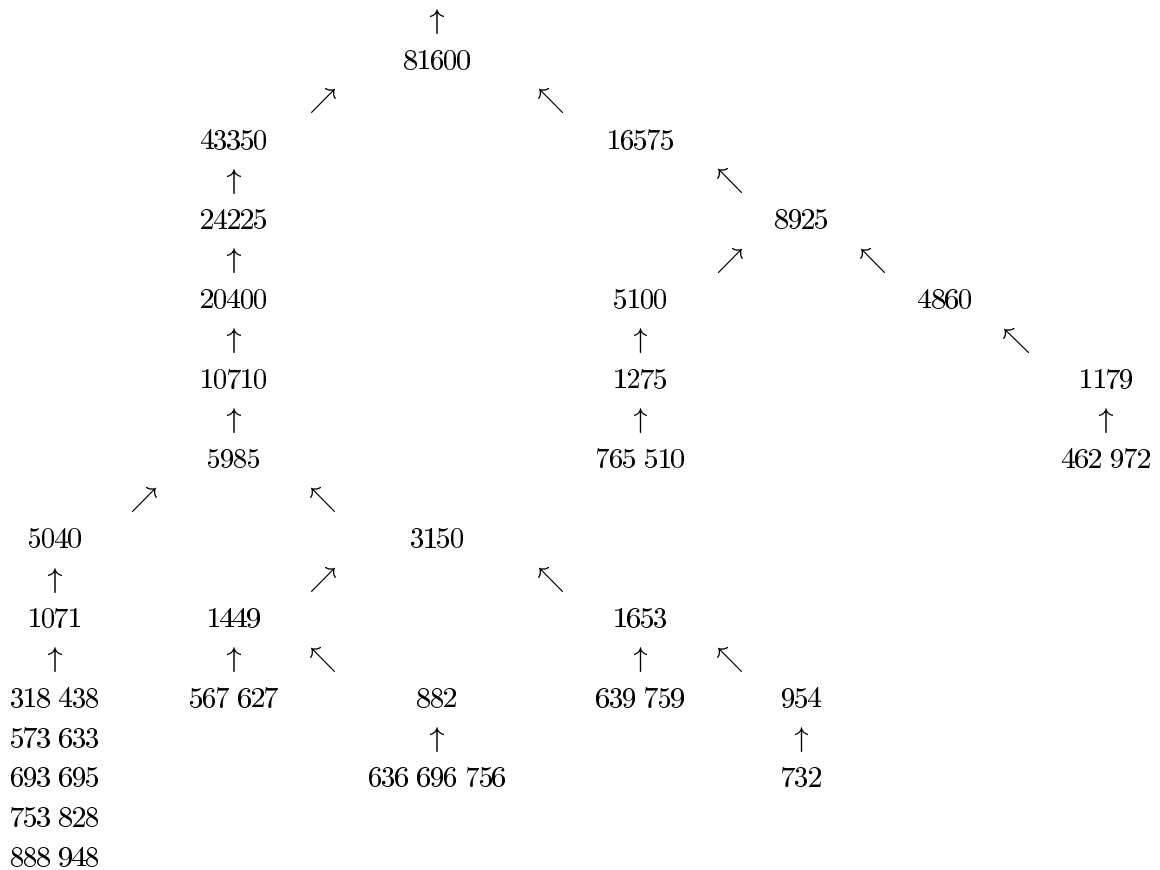
$$0 \text{ の個数} = \frac{3-1}{2} = 1 \text{ 個}$$

5 考察

5.1

1 ~1500(10進数表示)の範囲の発散する可能性のある数について以下が確認された.

表 2:



上記の樹形図は発散する4進数の発散の仕方をまとめたものである。(表記は10進数表示)
 81600(10進数表示)に帰着する性質を発見した.すべての発散する4進数が81600に帰着するわけ
 ではないがある程度の規模があることがわかった.
 また、81600に到達するまでにたどる軌跡が $81600 \leftarrow 43350 \leftarrow 24225 \leftarrow 20400 \leftarrow 10710 \leftarrow$
 $5985 \leftarrow 5040 \leftarrow 1071 \leftarrow \dots$ となる数が最も多く主要な軌跡と思われる.

5.2

結果で分類した数列を用いて 4 進数 10332 (10 進数の 318) が発散することを証明する.

まず、 $A(\text{odd})(k)$ に対して回文の操作を行う.

$$\begin{array}{r}
 10 3^{\binom{k-1}{2}} 3323 0^{\binom{k-1}{2}} 00 \\
 +) 00 0^{\binom{k-1}{2}} 3233 3^{\binom{k-1}{2}} 01 \\
 \hline
 11 0^{\binom{k-1}{2}} 3222 3^{\binom{k-1}{2}} 01 \\
 = \qquad B(\text{odd})(k)
 \end{array}$$

以降同様に回文の操作を行う.

$$\begin{array}{r}
 11 0^{\binom{k-1}{2}} 3222 3^{\binom{k-1}{2}} 01 \\
 +) 10 3^{\binom{k-1}{2}} 2223 0^{\binom{k-1}{2}} 11 \\
 \hline
 22 0^{\binom{k-1}{2}} 2111 3^{\binom{k-1}{2}} 12 \\
 = \qquad C(\text{odd})(k)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
22 0^{\binom{k-1}{2}} 2111 3^{\binom{k-1}{2}} 12 \\
+) 21 3^{\binom{k-1}{2}} 1112 0^{\binom{k-1}{2}} 22 \\
\hline
10 3^{\binom{k+1}{2}} 3323 0^{\binom{k+1}{2}} 000 \\
= A(\text{even})(k+2)
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
10 3^{\binom{k+1}{2}} 3323 0^{\binom{k+1}{2}} 000 \\
+) 000 0^{\binom{k+1}{2}} 3233 3^{\binom{k+1}{2}} 01 \\
\hline
11 0^{\binom{k+1}{2}} 312 3^{\binom{k+1}{2}} 01 \\
= B(\text{even})(k+2)
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
11 0^{\binom{k+1}{2}} 312 3^{\binom{k+1}{2}} 01 \\
+) 10 3^{\binom{k+1}{2}} 213 0^{\binom{k+1}{2}} 11 \\
\hline
22 0^{\binom{k+1}{2}} 131 3^{\binom{k+1}{2}} 12 \\
= C(\text{even})(k+2)
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
22 0^{(\frac{k+1}{2})} 131 3^{(\frac{k+1}{2})} 12 \\
+) 21 3^{(\frac{k+1}{2})} 131 0^{(\frac{k+1}{2})} 22 \\
\hline
10 3^{(\frac{k+1}{2})} 3323 0^{(\frac{k+1}{2})} 00 \\
= A(\text{odd})(k+2)
\end{array}$$

以上の結果より 4 進数 10332(10 進数の 318) が発散することが証明される。
また、8 進数 10652(10 進数で 4522) の場合も同様にできる。

6 今後の課題

10332(10進数で318)のみならず4進数における他の回文にならない数でも発散する事を確かめたい。

7 感想

1年間このゼミに所属して改めて数学の魅力を実感しました。私の題材はとても受け入れやすく尚且つ深いものであり研究していて非常に楽しかったです。1年間でプログラミングの基礎から学び論文としてまとめることまでできました。0からのスタートでしたが飯高先生が丁寧に根気強く指導して下さったためなんとか形にすることができました。先生は同じ質問を何度繰り返しても嫌な顔一つせず対応してくださいました。また、進度に合わせてアドバイスを下さり無理なく研究を進めることができました。

また、院生の森山先生、田中先生にも大変お世話になりました。お二方にも飯高先生同様多くのアドバイスを頂き大変感謝しております。

仲間にも大変恵まれ、進度の遅い私を気遣ってもらいみんなに何度も助けていただきました。

浅沼君、いつもみんなをリードしてくれてありがとう。

板倉君、雑談から真剣な話まで迷惑ばかりかけてゴメン、ありがとう。

佐藤君、1番お世話になりました。なんかいろいろ... ありがとう。

小山さん、プログラミングの仕方を教えてくれてありがとう。

村田さん、欠席したときにノートをとってくれてすごく助かりました。ありがとう。

岩楯さん、いつも食べてたね、お菓子。おいしかったよ! ありがとう。

三浦さん、確立についてわかりやすい説明をして下さりありがとう。

今井さん、いつもみんなを気遣って下さりありがとう。

森君、チャーハン... ありがとう。

大学生生活の最後に“形”として残るものを作成できたことを大変嬉しく思っています。学んだことを今後の人生に活かしたいと思います。